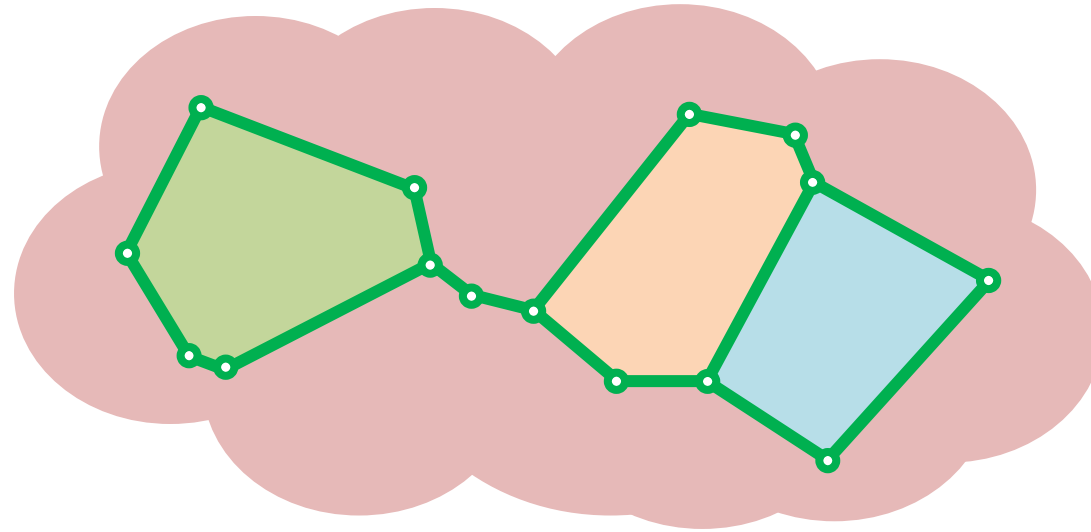


Grafer og Algoritmer



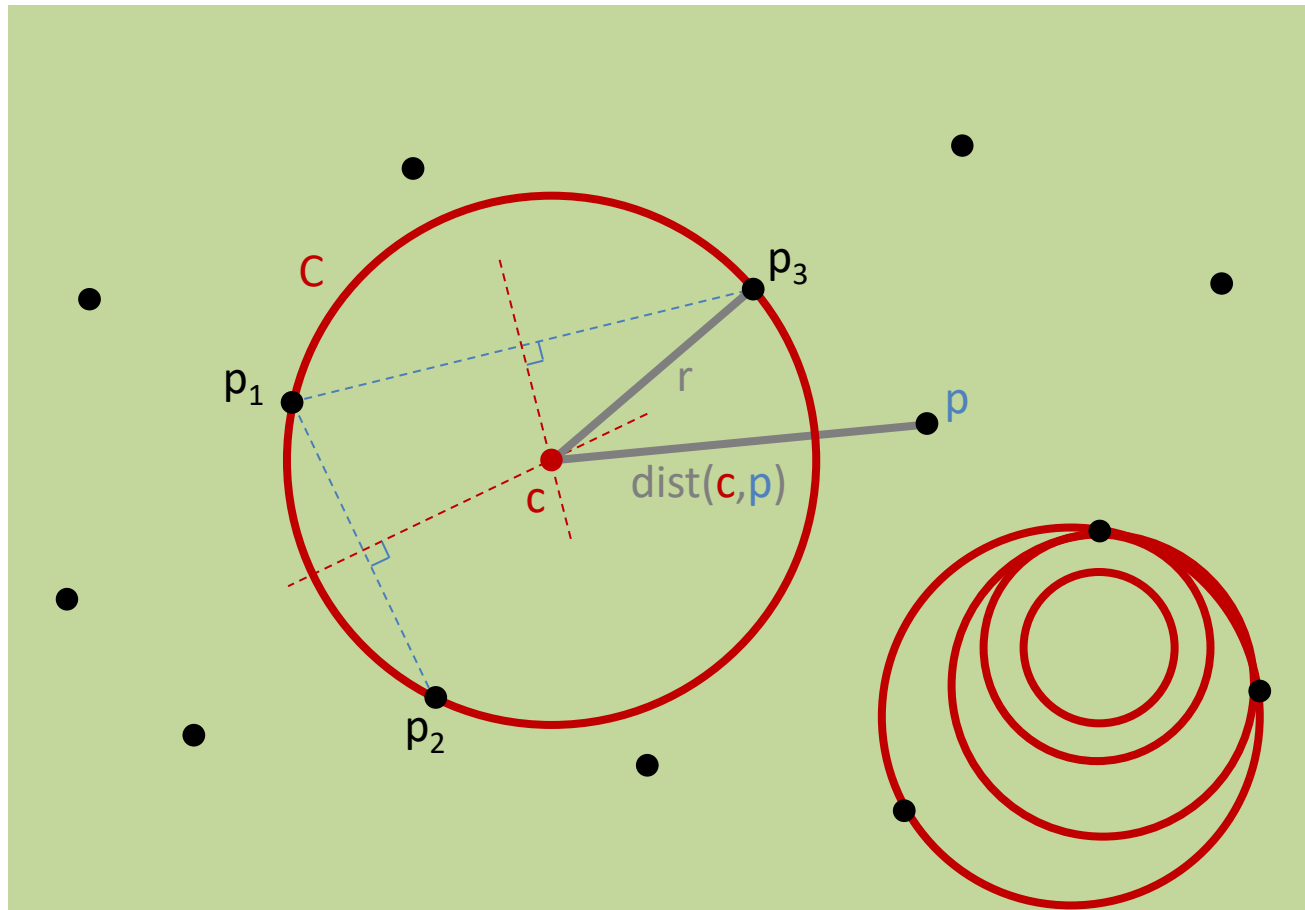
Gerth Stølting Brodal

Institut for Datalogi
Aarhus Universitet

U-days, Aarhus Universitet, 23. februar 2023

Fokus er på de **overordnede idéer**

Største Tomme Cirkel

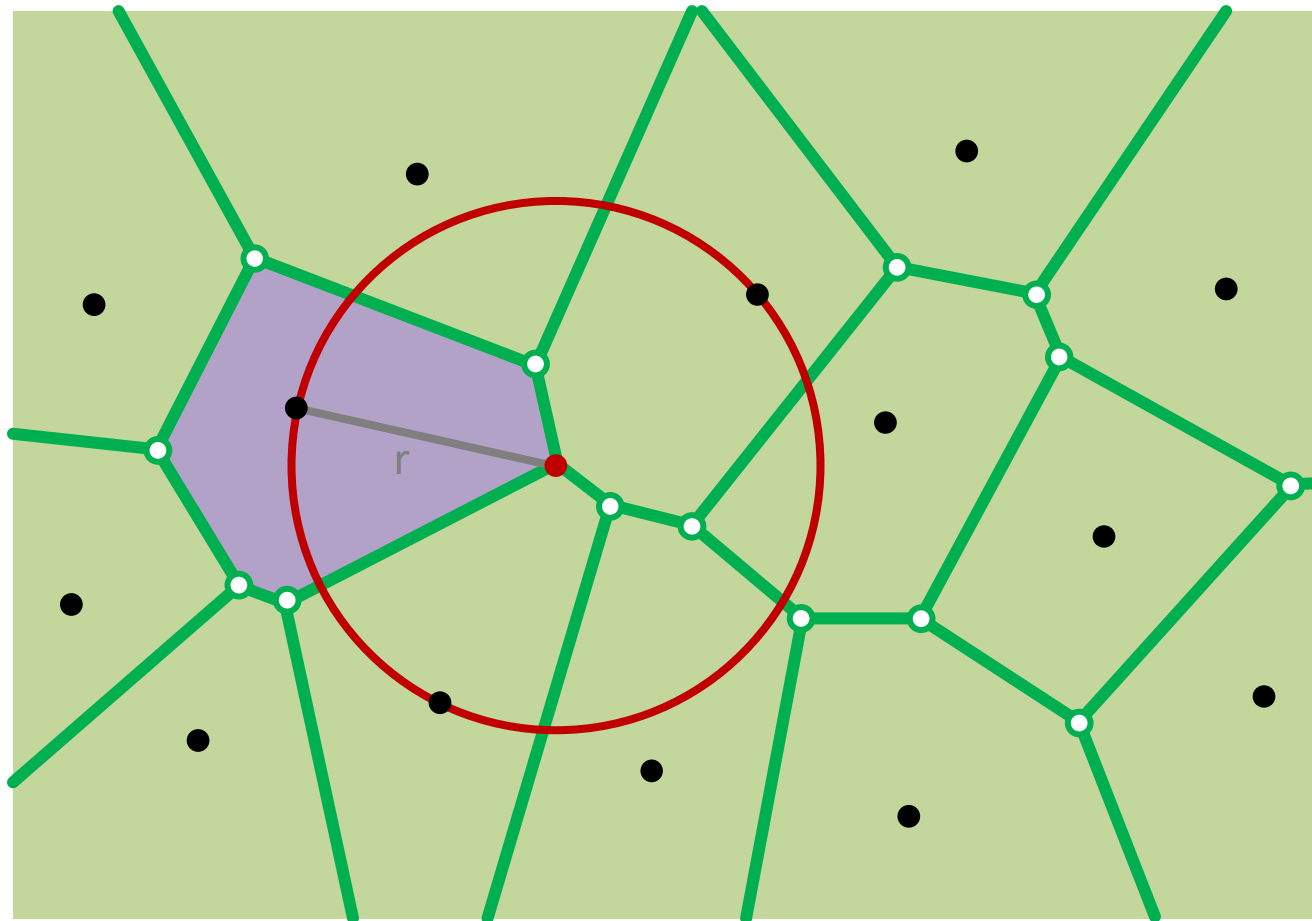


Algoritme

```
for alle mulige  $(p_1, p_2, p_3)$  :  
  find  $C$  med  $p_1, p_2, p_3$  på randen  
  for alle punkter  $p$  :  
    hvis  $p$  inde i  $C$  prøv næste  $(p_1, p_2, p_3)$   
   $C$  mulig kandidat  
Rapporter største kandidat fundet
```

Sætning Største tomme cirkel har
mindst 3 punkter på randen

Største Tomme Cirkel



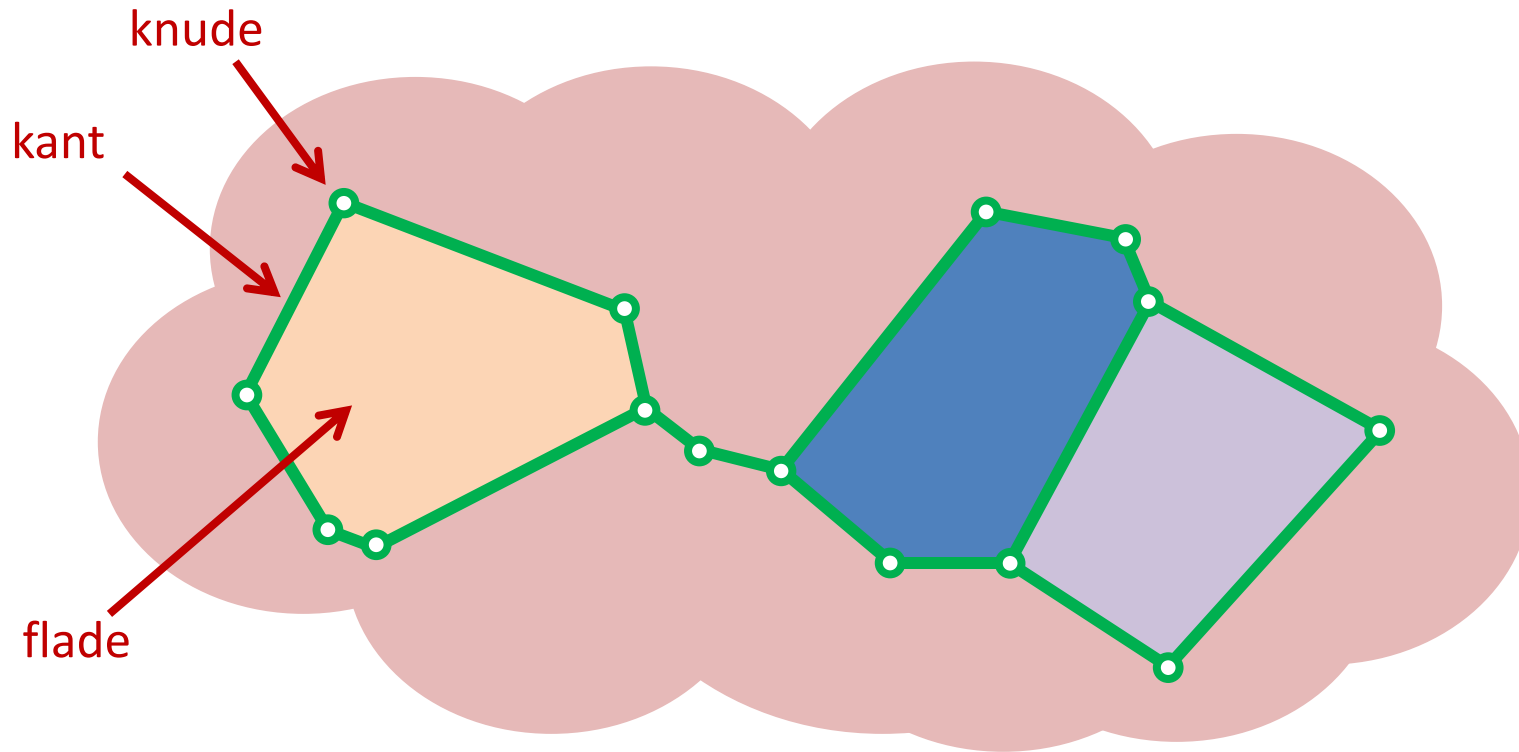
Voronoi diagram

Algoritme

Konstruer **Voronoi diagrammet**
For alle **knuder** find **radius** af **cirklen**
Rapporter **knuden** med størst **radius**

Sætning Antal Voronoi **knuder** $\leq 2 \cdot$ antal **punkter**

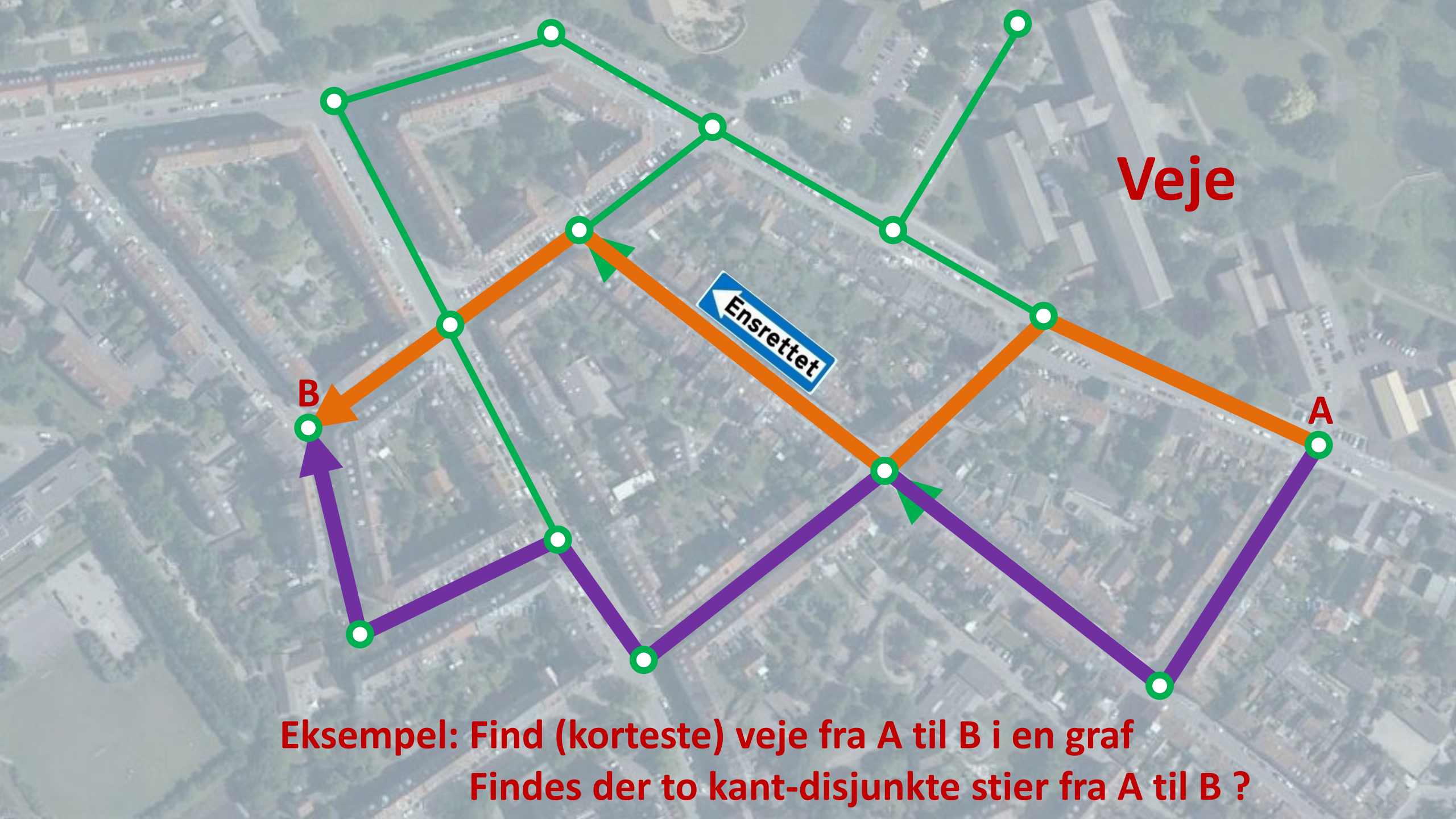
Graf



Euler's Sætning : # knuder + # flader - # kanter = 2

$$15 + 4 - 17 = 2$$

(gælder for sammenhængende grafer der kan tegnes uden krydsende kanter)



Veje

B

A

Ensrettet

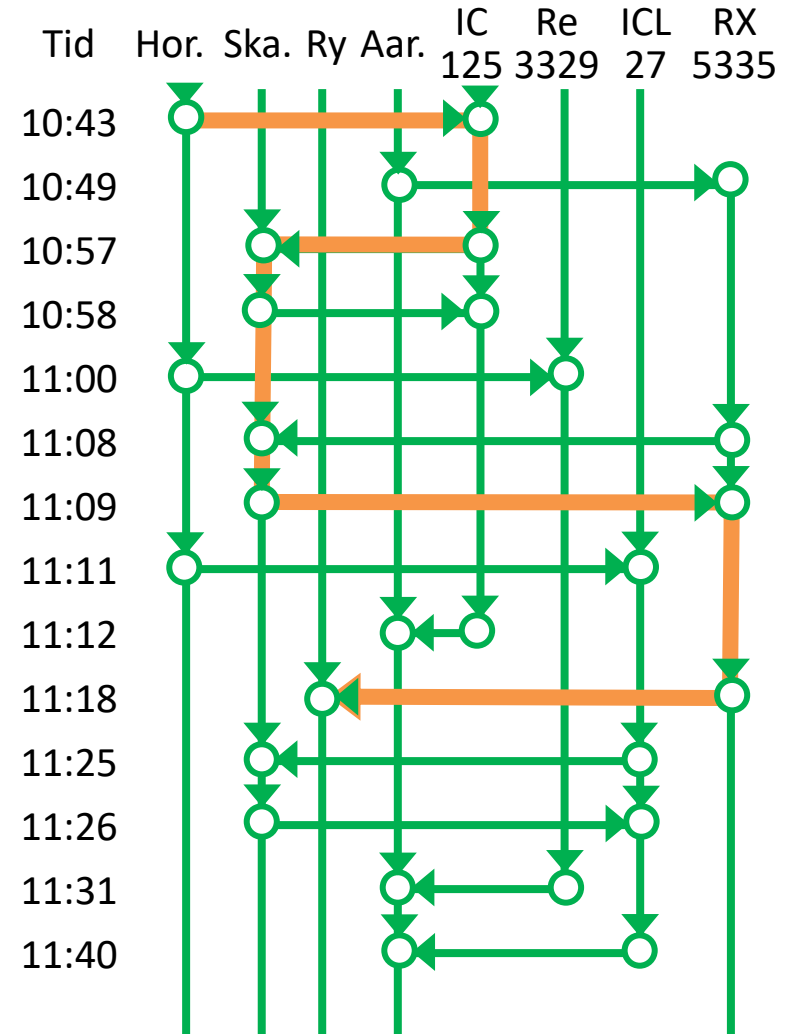
**Eksempel: Find (korteste) veje fra A til B i en graf
Findes der to kant-disjunkte stier fra A til B ?**

Rejseplan (Horsens til Ry)

Tog	Ank	Afg	Station
		10:43	Horsens
IC125	10:57	10:58	Skanderborg St
	11:12		Aarhus H
Re3329		11:00	Horsens
	11:31		Aarhus H
		11:11	Horsens
ICL27	11:25	11:26	Skanderborg St
	11:40		Aarhus H
		10:49	Aarhus H
RX5335	11:08	11:09	Skanderborg St
	11:18		Ry St



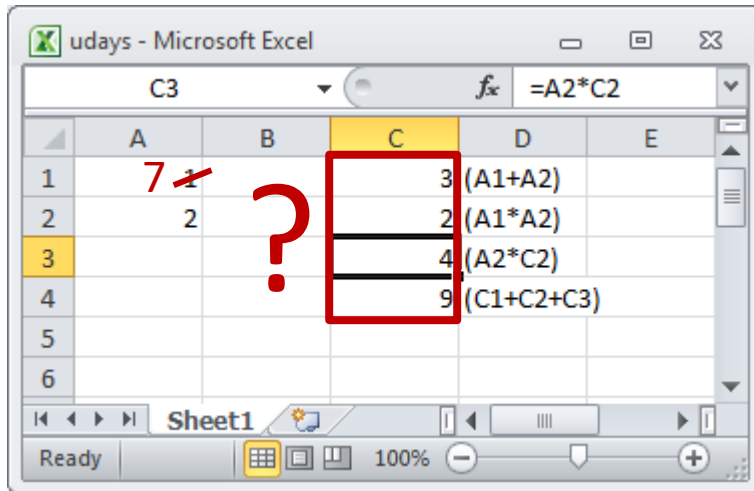
uddrag af køreplaner



Algoritme

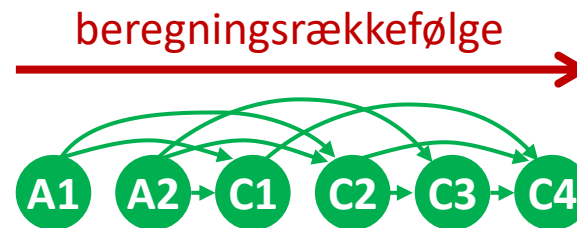
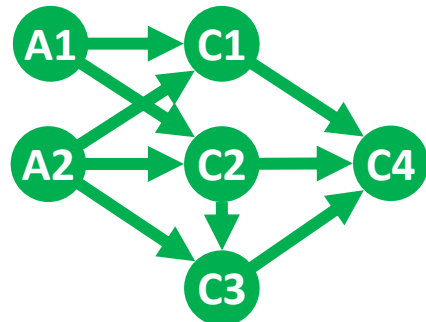
Find tidligste knude for **Ry** der kan nås fra en given start-knude i **Horsens**

Opdatering af Regneark



Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c**
hvor alle afhængigheder er beregnet :
Beregn **c**



topologisk sortering

alle kanter peger fra venstre mod højre

Opdatering af Regneark

	A	B	C	D	E
1	1		2 (A1+A2)		
2	0 (A1+C4)		1 (A1*A2)		
3			1 (A2*C2)		
4			4 (C1+C2+C3)		
5					
6					

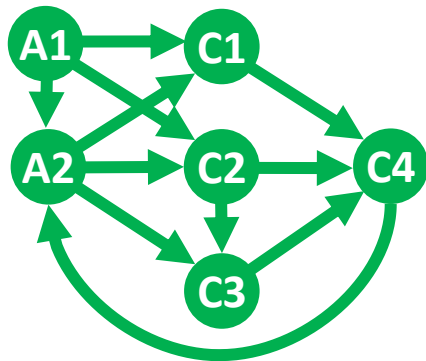
Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c**
hvor alle afhængigheder er beregnet :

Beregn **c**

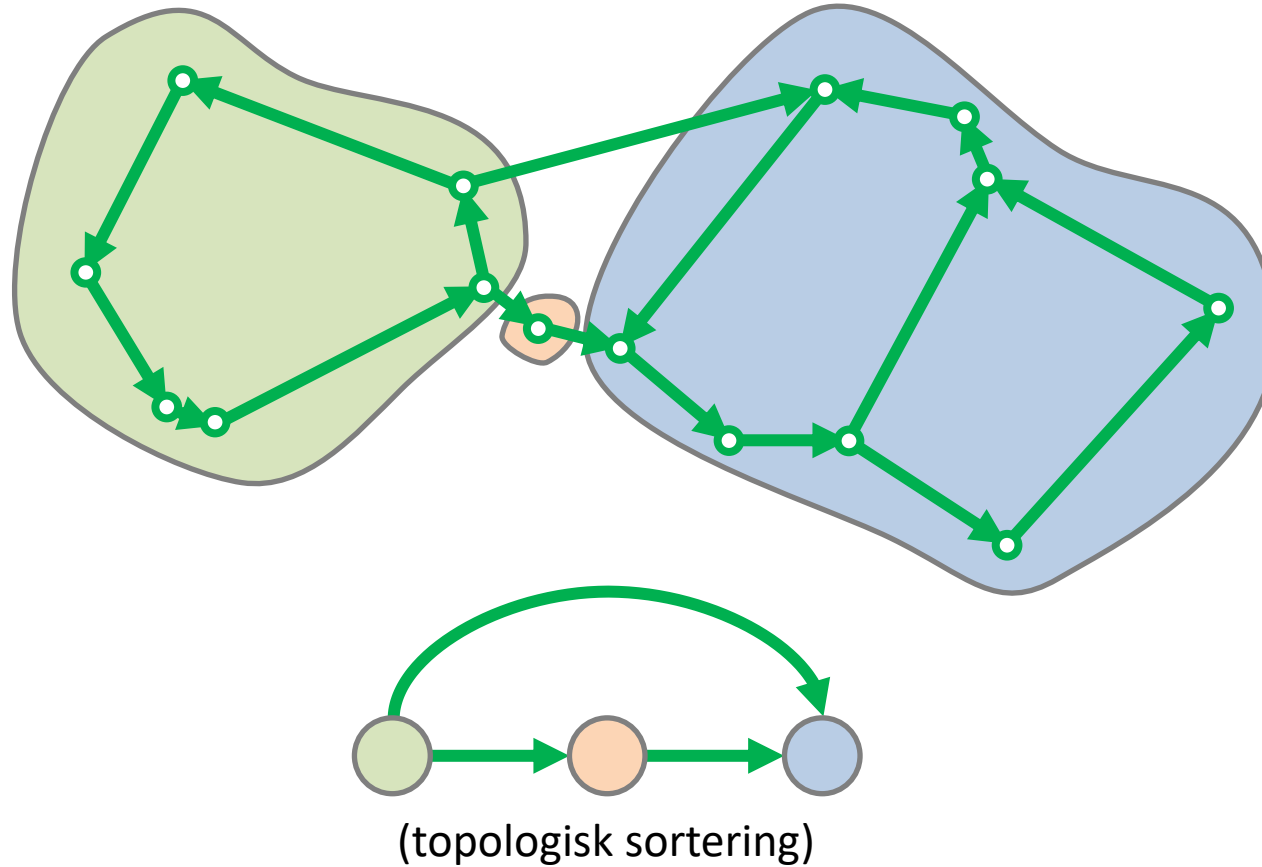
Hvis ikke alle celler beregnet :

Rapporter at der findes en **cykel**



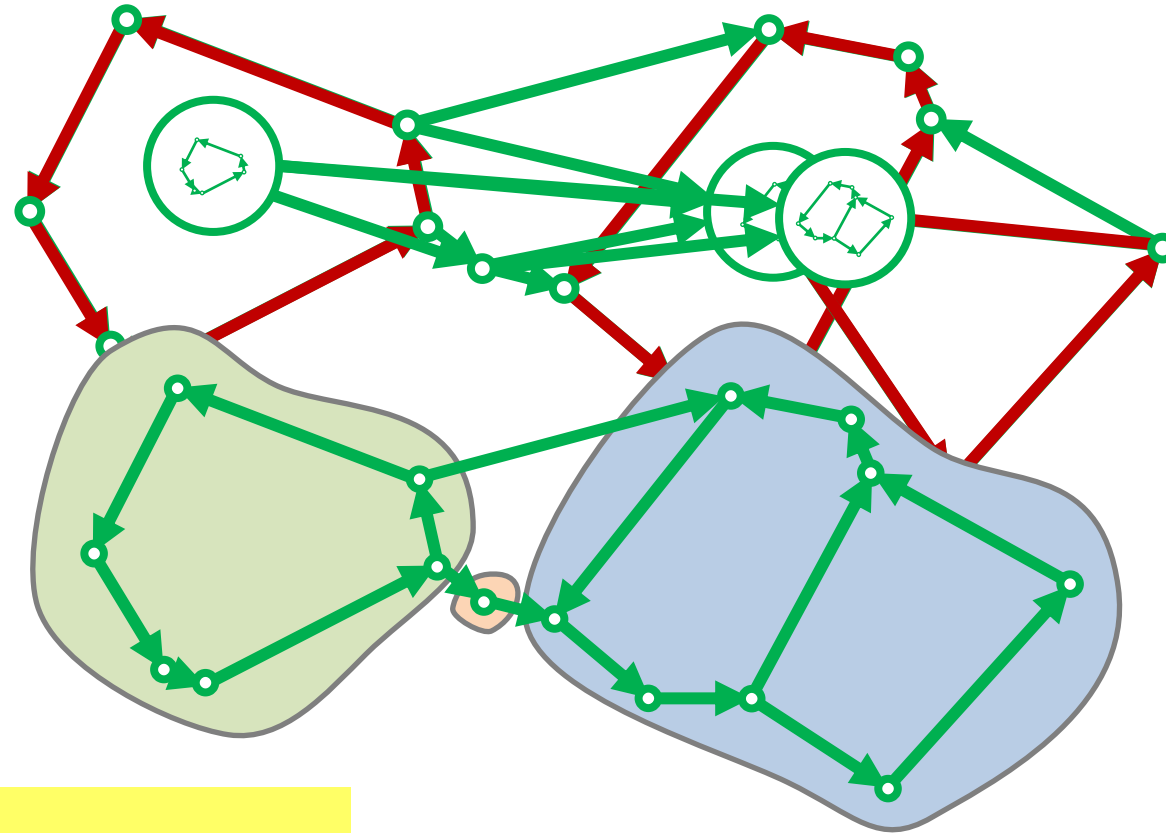
topologisk sorterer
eller
identificerer en cykel

Stærke Sammenhængskomponenter



- Kan alle par af knuder nå hinanden **begge veje** ?
(bruges f.eks. til at checke for fejl i vej-data)

Stærke Sammenhængskomponenter



Algoritme :

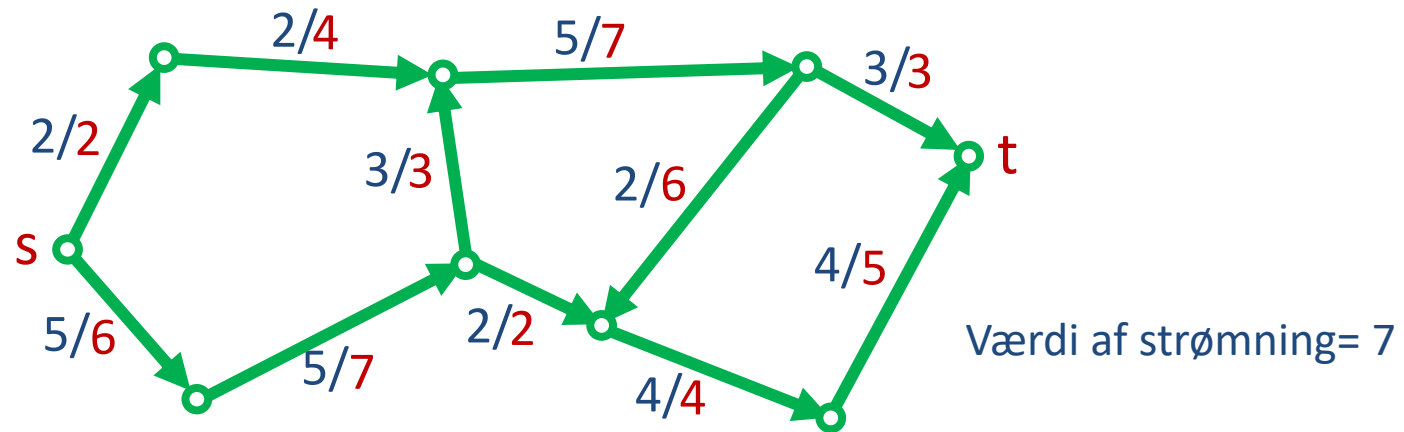
Så længe der findes en cykel **C** :
Træk **C** sammen til en knude

PAGE 3

DEPARTMENT	COURSE	DESCRIPTION	PREREQS
COMPUTER SCIENCE	CPSC 432	INTERMEDIATE COMPILER DESIGN, WITH A FOCUS ON DEPENDENCY RESOLUTION.	CPSC 432

xkcd.com/754

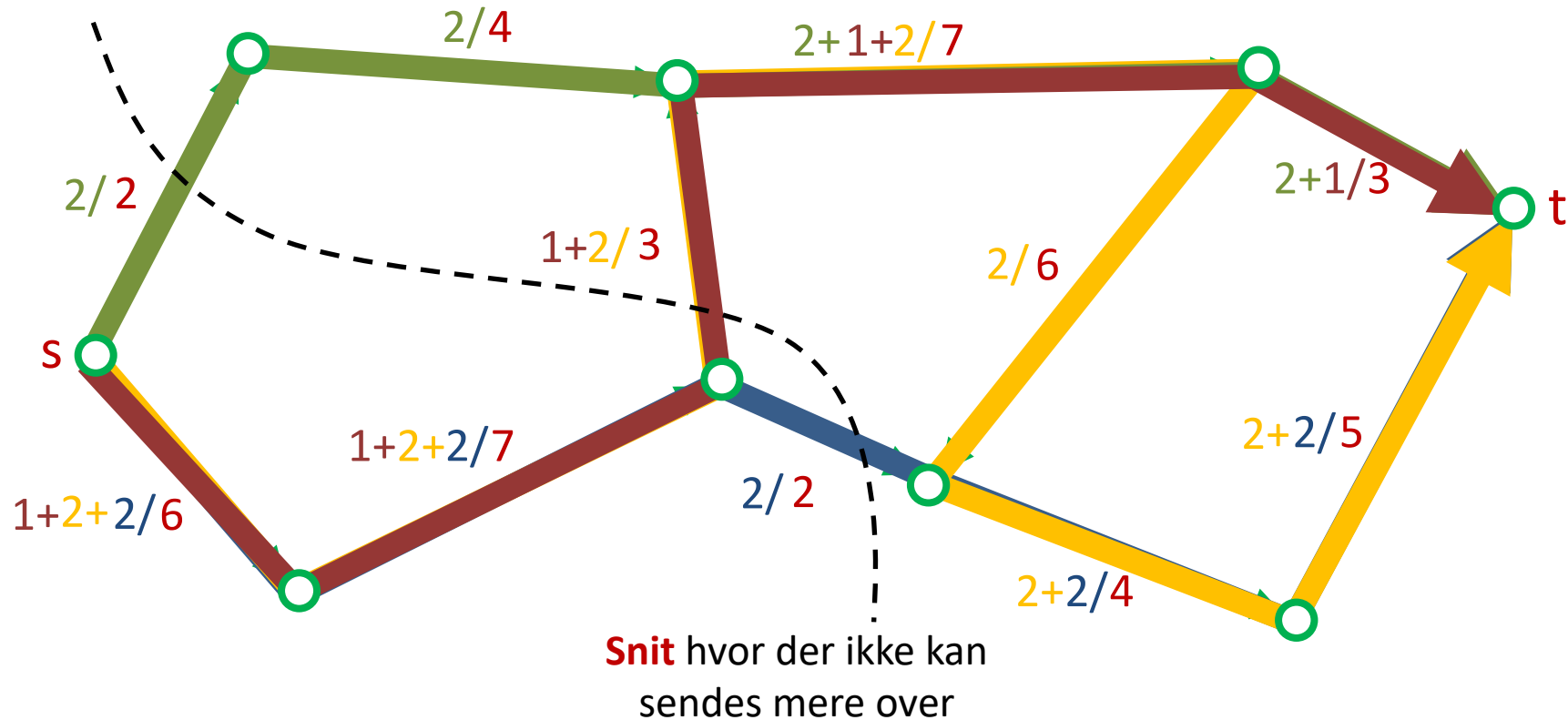
Strømninger i Netværk



- Hver kant har en **kapacitet**
- Send størst mulig **værdi** fra **s** til **t**

(f.eks. vand, kloak, fjernvarme, vejnet kapacitet, el netværk)

Beregning af Strømninger i Netværk

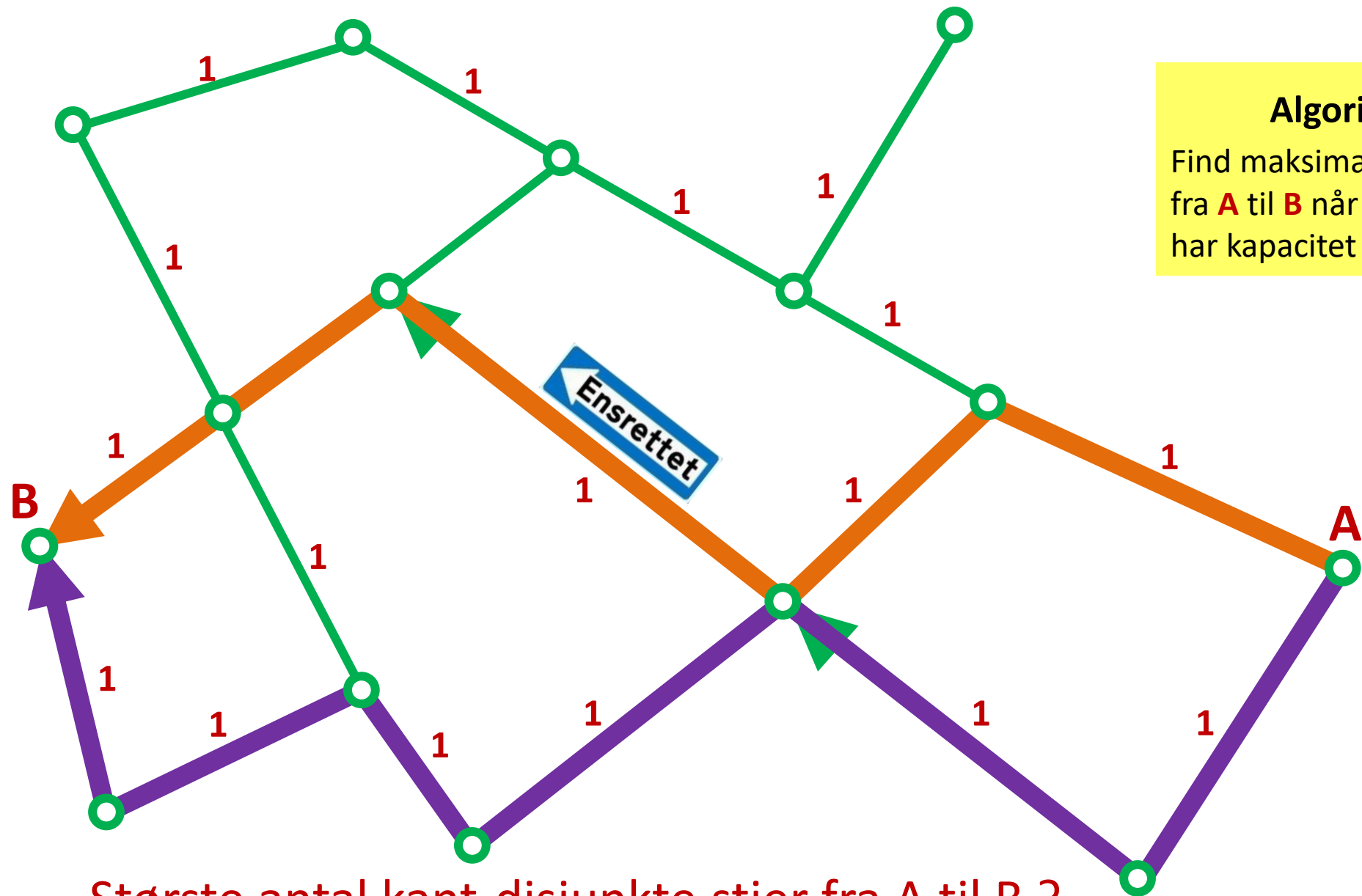


Algoritme

Så længe der findes en forbedrende sti **P** :
Send maksimal yderligere værdi langs stien **P**

Sætning

Max strømning = min snit

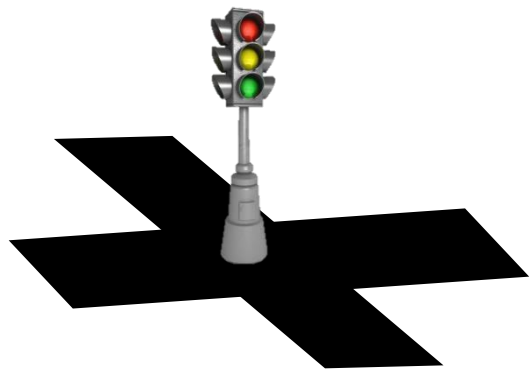


Algoritme
 Find maksimal strømning fra **A** til **B** når alle kanter har kapacitet **1**

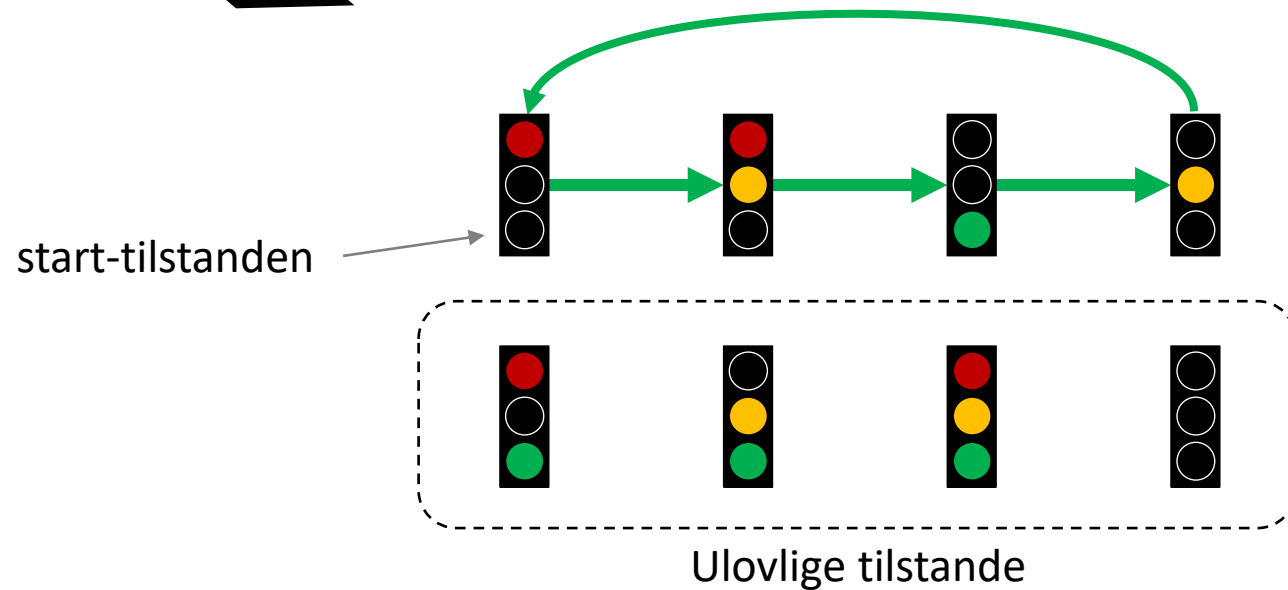
Største antal kant-disjunkte stier fra A til B ?

II (Menger's sætning)

Mindste antal kanter der skal fjernes så B ikke kan nås fra A ?

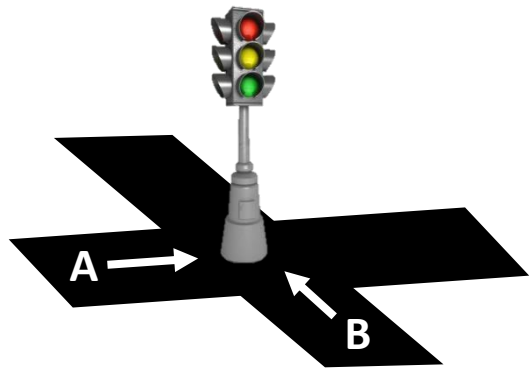


Lyskryds

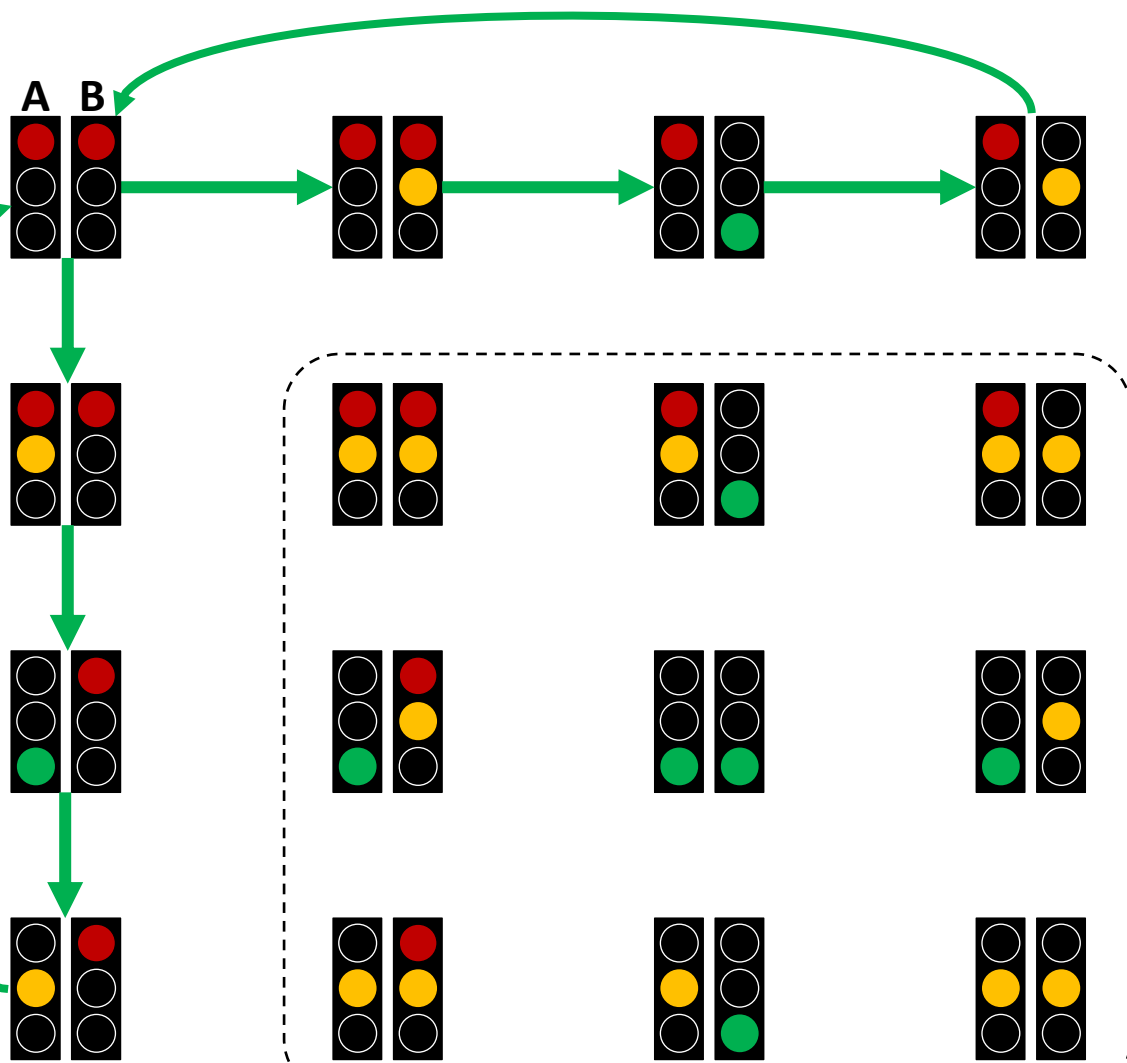


Automatisk kontrol af software til f.eks. styring af lyskryds

- Hvilke tilstande kan man nå (fra start-tilstanden) ?
- Er alle tilstande man kan nå lovlige ?
- Kan der altid blive grønt igen (liveness) ?



Lyskryds



Ulovlige tilstande

Google Street View
Randersvej / Vejlbj Ringvej



Grafer og Algoritmer

Opsummering

- Planare grafer (Voronoi diagram, Euler's formel)
- Vejnet som grafer (korteste veje, disjunkte stier, stærk sammenhængende)
- Rejseplaner (modellering som graf)
- Regneark (cykler i grafer, topologisk sortering)
- Strømninger i grafer
- 2-kant sammenhængende grafer
- Tilstandsgrafer (lyskryds)

Mange problemer kan løses med generelle **grafalgoritmer**



AUdatalogi
@datalogi



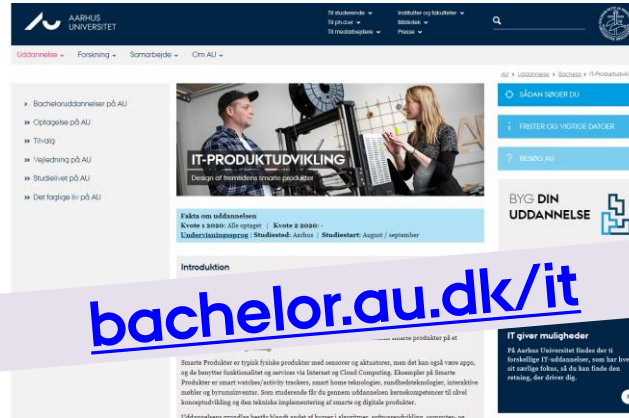
AUdatalogi
#audatalogi



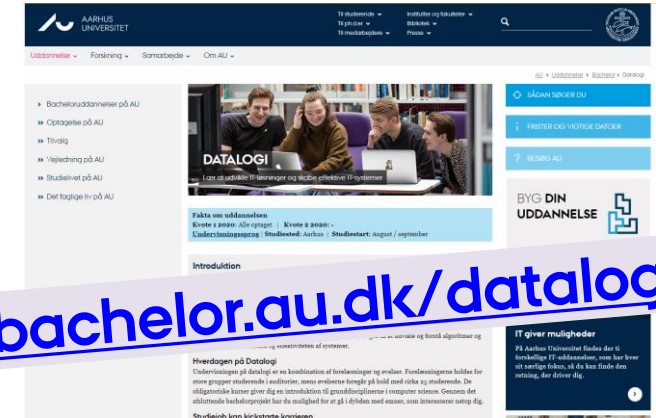
Department of Computer Science,
Aarhus University



Computer Science
at Aarhus University
@csaudk



bachelor.au.dk/it



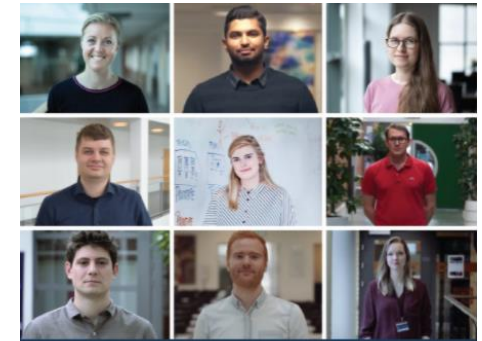
bachelor.au.dk/datalogi



cs.au.dk/studerende/forendag

Bliv studerende for en dag på
Natural Sciences

Bliv studerende for en dag på en
uddannelse på Natural Sciences.



Mød de færdiguddannede

Læs om nogle af vores færdiguddannede studerende fra
Datalogi og IT-Produktudvikling der i dag bruger deres
kompetencer i mange forskellige typer jobs og
virksomheder.

cs.au.dk/karriere