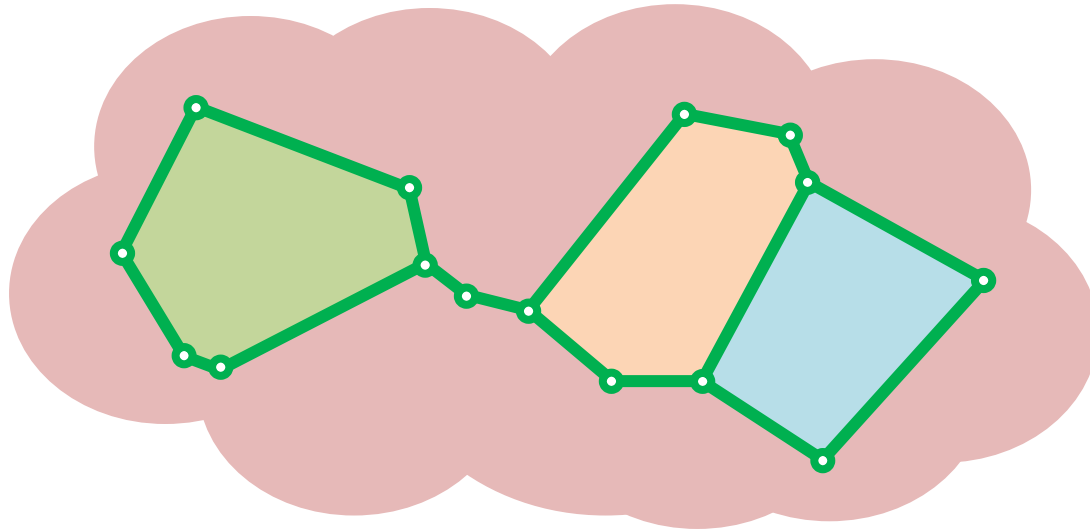


# Grafer og Algoritmer



Gerth Stølting Brodal

Institut for Datalogi  
Aarhus Universitet

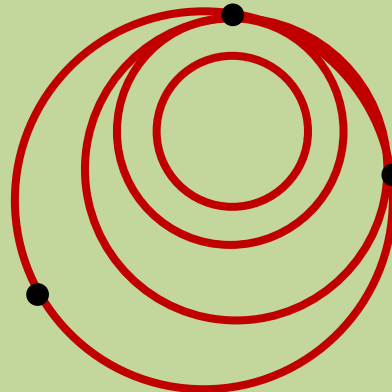
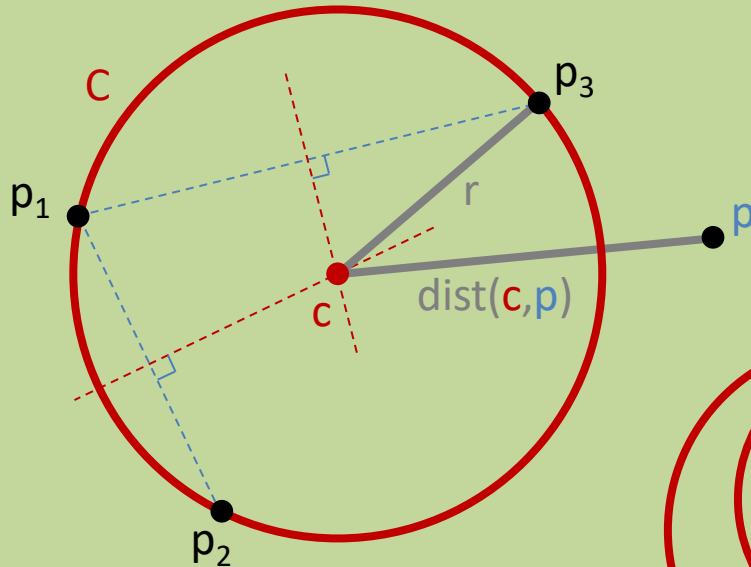
U-days, Aarhus Universitet, 25.-26. februar 2021

Fokus er på de **overordnede idéer**

# Største Tomme Cirkel

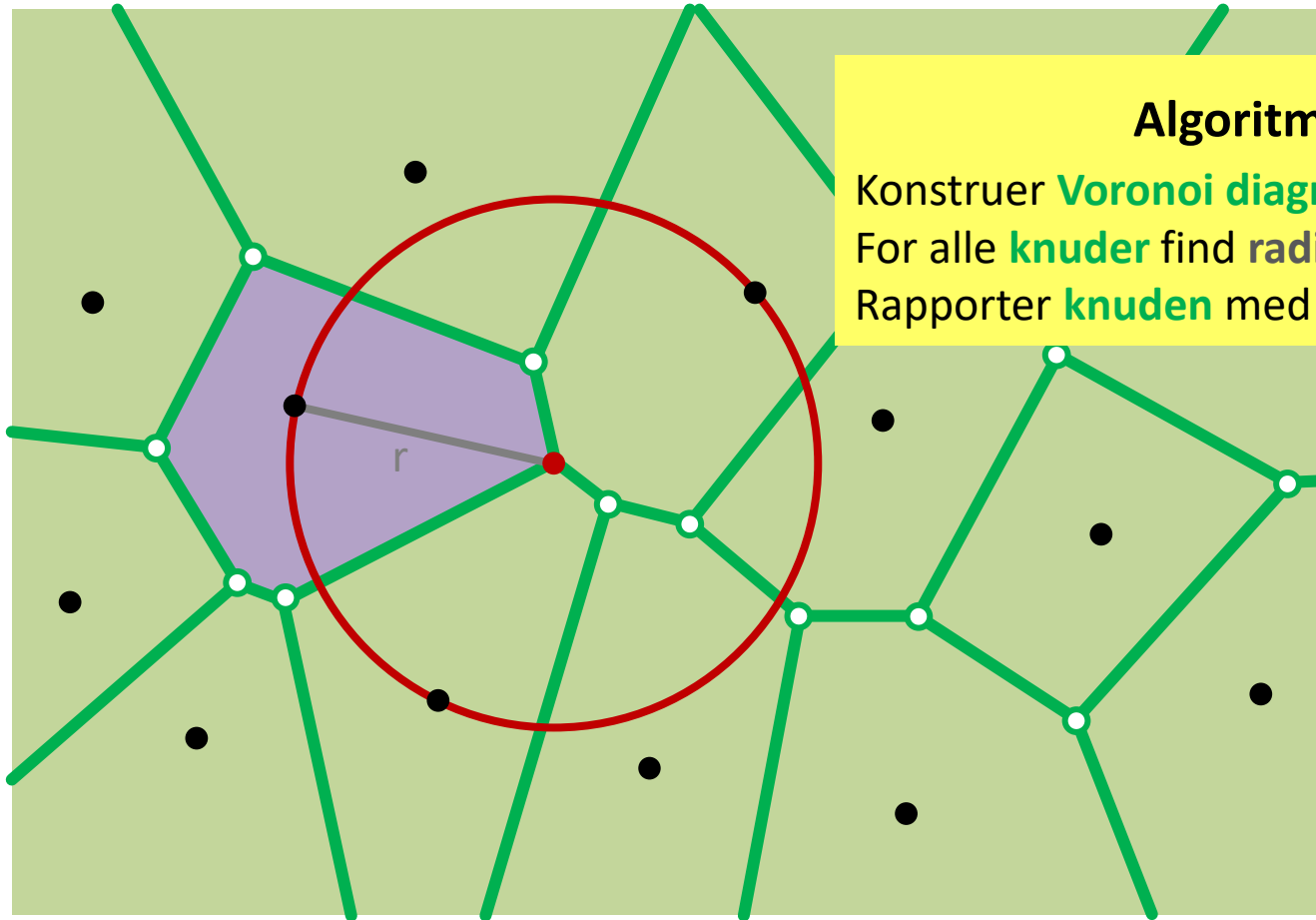
## Algoritme

```
for alle mulige  $(p_1, p_2, p_3)$  :  
  find  $C$  med  $p_1, p_2, p_3$  på randen  
  for alle punkter  $p$  :  
    hvis  $p$  inde i  $C$  prøv næste  $(p_1, p_2, p_3)$   
   $C$  mulig kandidat  
Rapporter største kandidat fundet
```



**Sætning** Største tomme cirkel har mindst 3 punkter på randen

# Største Tomme Cirkel



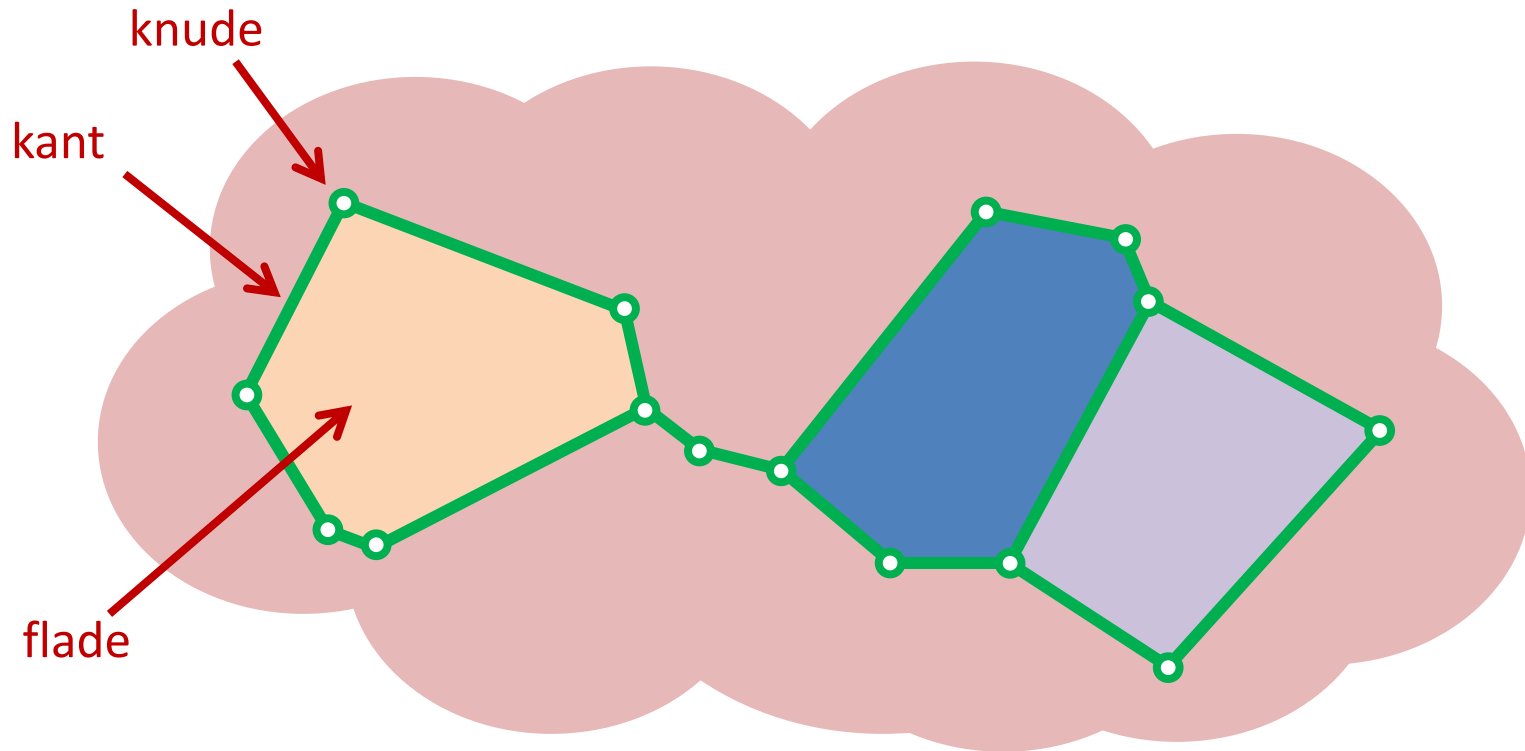
## Algoritme

Konstruer **Voronoi diagrammet**  
For alle **knuder** find **radius** af **cirklen**  
Rapporter **knuden** med størst **radius**

Voronoi diagram

**Sætning** Antal Voronoi **knuder**  $\leq 2 \cdot$  antal **punkter**

# Graf



**Euler's Sætning** : # knuder + # flader - # kanter = 2

$$15 + 4 - 17 = 2$$

(gælder for sammenhængende grafer der kan tegnes uden krydsende kanter)



**Veje**

**Enrettet**

**B**

**A**

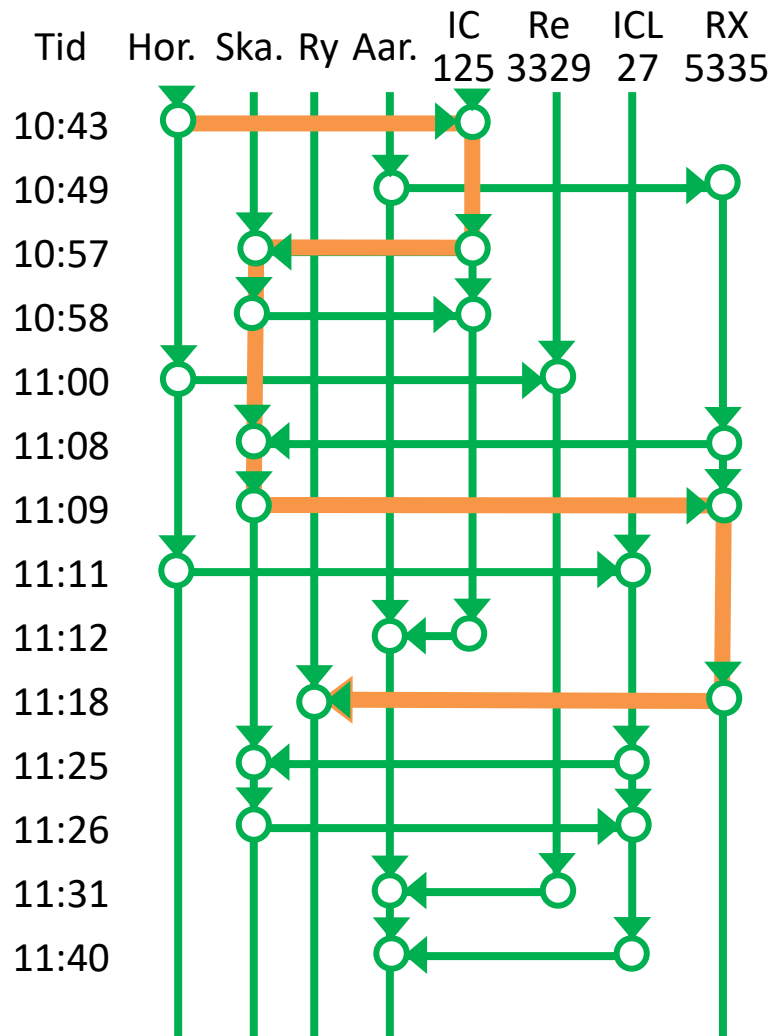
**Eksempel: Find (korteste) veje fra A til B i en graf  
Findes der to kant-disjunkte stier fra A til B ?**

# Rejseplan (Horsens til Ry)

Tog	Ank	Afg	Station
		10:43	Horsens
IC125	10:57	10:58	Skanderborg St
	11:12		Aarhus H
Re3329		11:00	Horsens
	11:31		Aarhus H
		11:11	Horsens
ICL27	11:25	11:26	Skanderborg St
	11:40		Aarhus H
		10:49	Aarhus H
RX5335	11:08	11:09	Skanderborg St
	11:18		Ry St



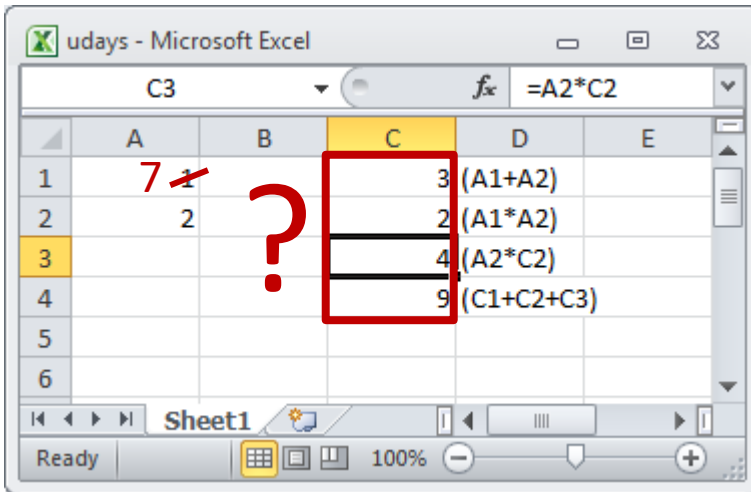
uddrag af køreplaner



## Algoritme

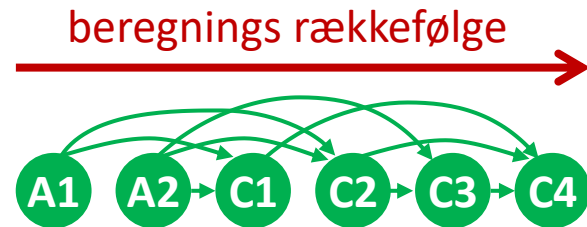
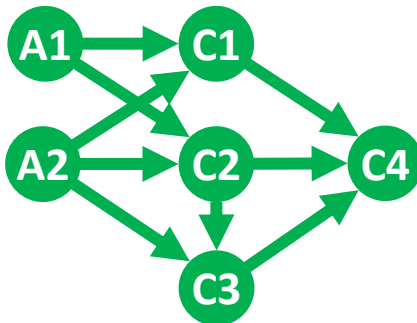
Find tidligste knude for **Ry** der kan nås fra en given start-knude i **Horsens**

# Opdatering af Regneark



## Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c**  
hvor alle afhængigheder er beregnet :  
Beregn **c**

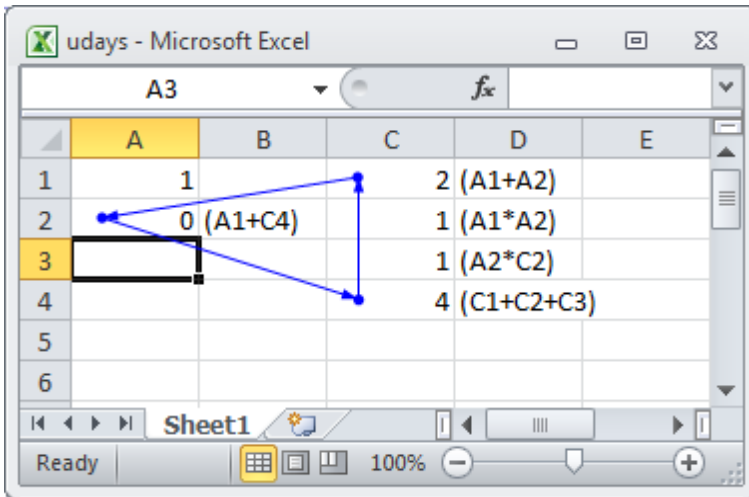


## topologisk sortering

alle kanter peger fra venstre mod højre



# Opdatering af Regneark



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1	1		2 (A1+A2)		
2	0 (A1+C4)		1 (A1*A2)		
3			1 (A2*C2)		
4			4 (C1+C2+C3)		
5					
6					

Blue arrows indicate dependencies: A1 depends on A2 and C4; A2 depends on A1 and C4; C1 depends on A1 and A2; C2 depends on A2 and C3; C3 depends on C1, C2, and C4.

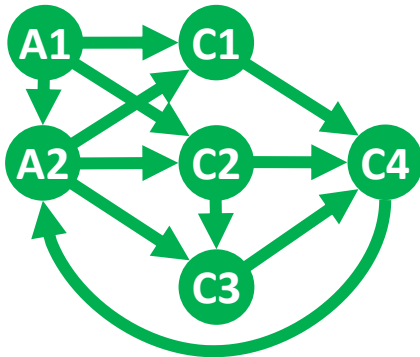
## Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c**  
hvor alle afhængigheder er beregnet :

Beregn **c**

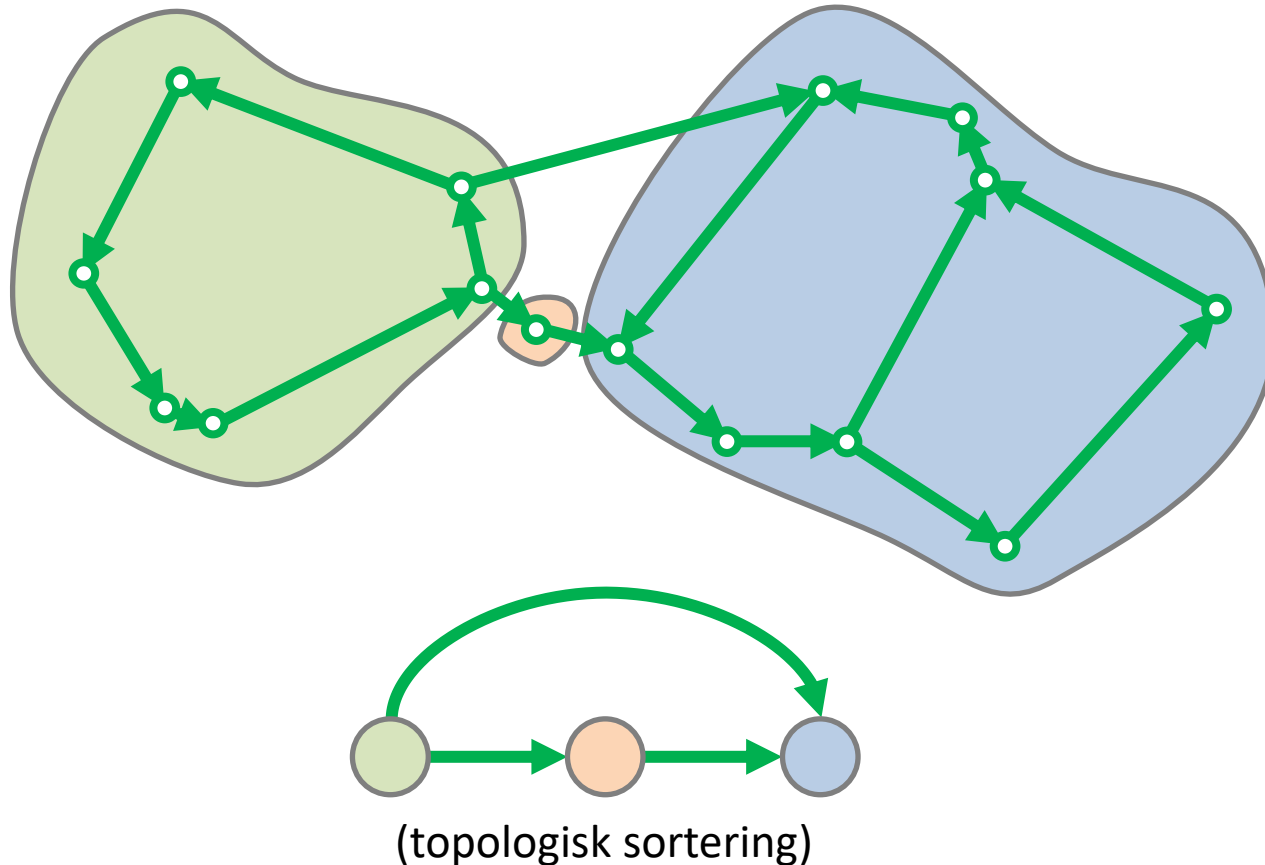
Hvis ikke alle celler beregnet :

Rapporter at der findes en **cykel**



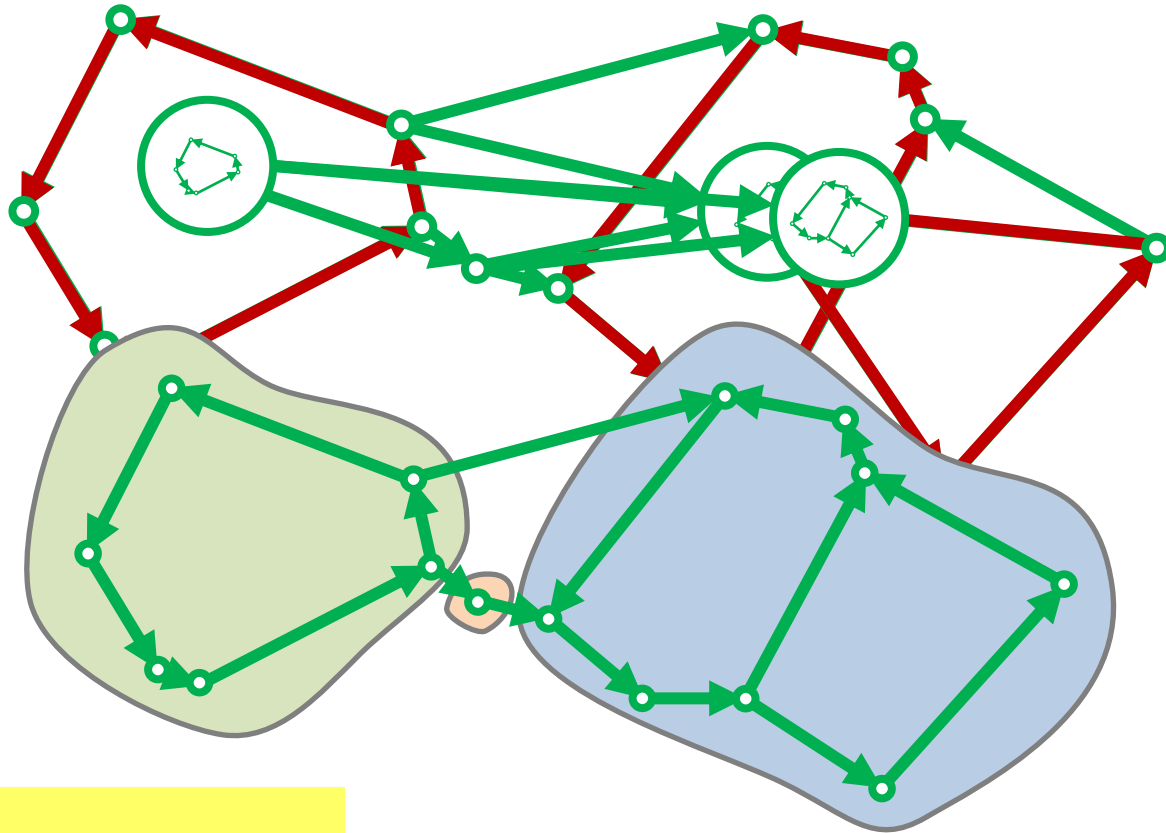
topologisk sorterer  
eller  
identificerer en cykel

# Stærke Sammenhængskomponenter



- Kan alle par af knuder nå hinanden **begge veje** ?  
(bruges f.eks. til at checke for fejl i vej-data)

# Stærke Sammenhængskomponenter



## Algoritme :

Så længe der findes en cykel **C** :  
Træk **C** sammen til en knude

PAGE 3

DEPARTMENT      COURSE      DESCRIPTION      PREREQS

COMPUTER  
SCIENCE

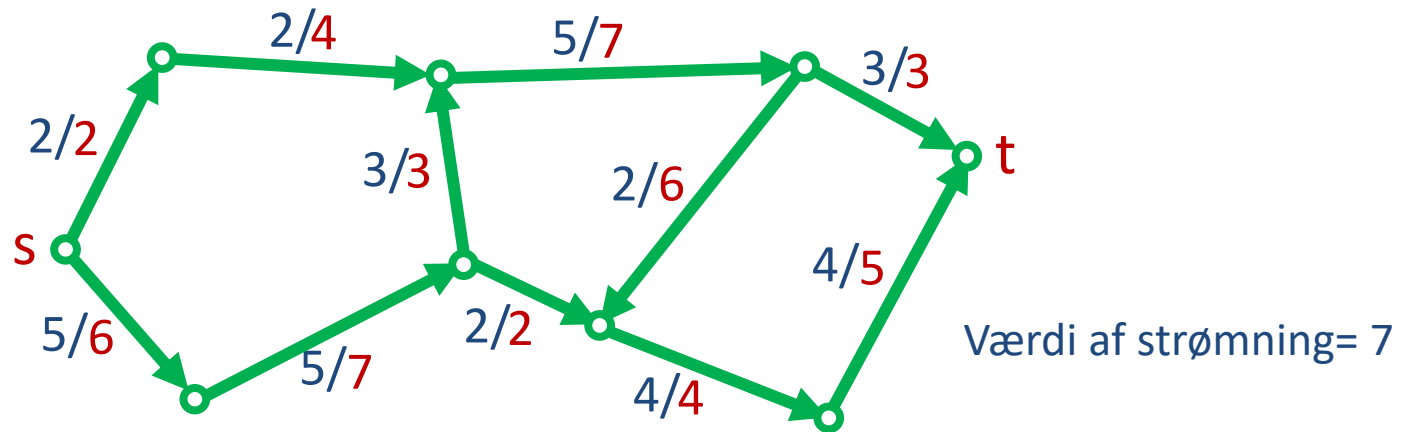
CPSC 432

INTERMEDIATE COMPILER  
DESIGN, WITH A FOCUS ON  
DEPENDENCY RESOLUTION.

CPSC 432

[xkcd.com/754](http://xkcd.com/754)

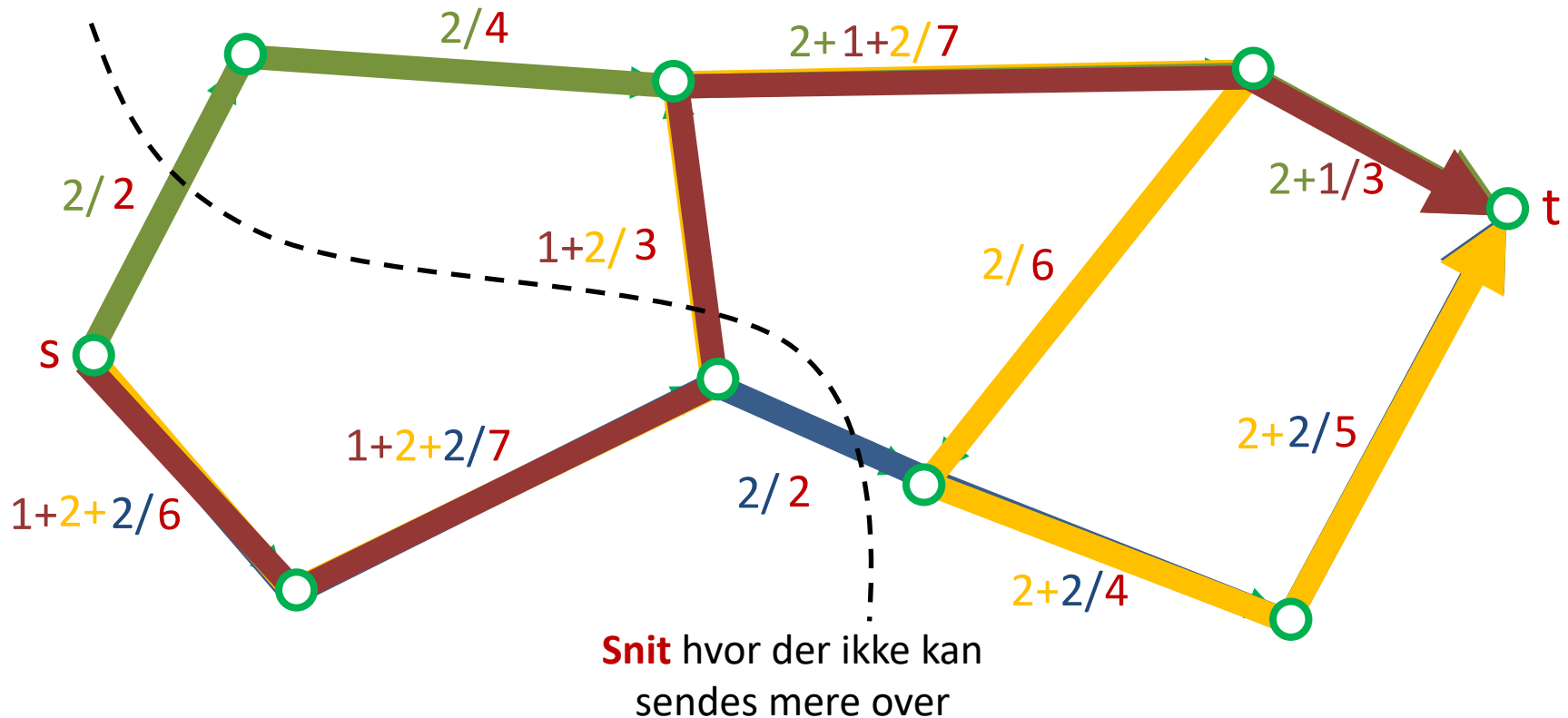
# Strømninger i Netværk



- Hver kant har en **kapacitet**
- Send størst mulig **værdi** fra **s** til **t**

(f.eks. vand, kloak, fjernvarme,  
vejnet kapacitet, el netværk)

# Beregning af Strømninger i Netværk

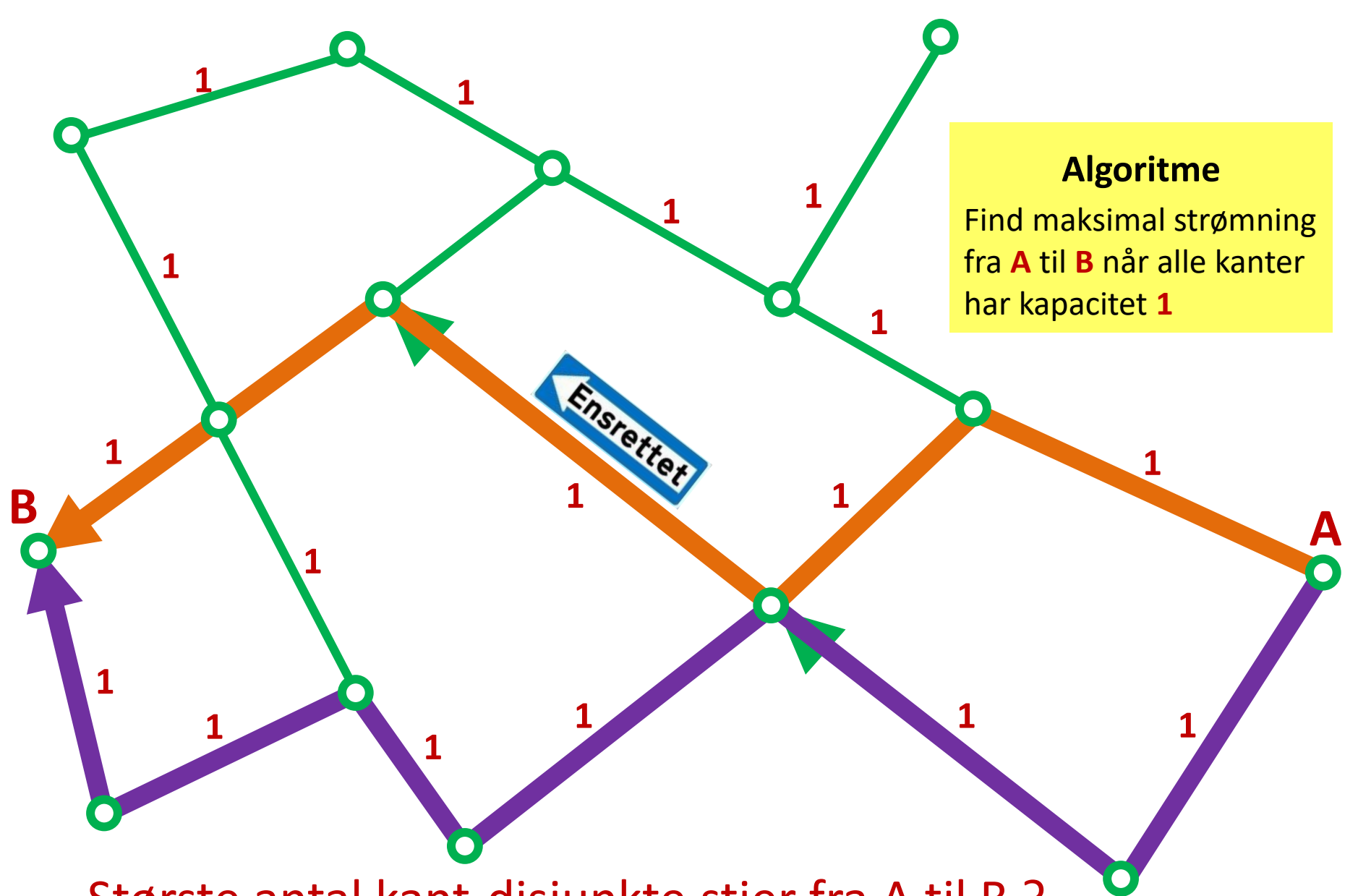


## Algoritme

Så længe der findes en forbedrende sti **P** :  
Send maksimal yderligere værdi langs stien **P**

## Sætning

Max strømning = min snit

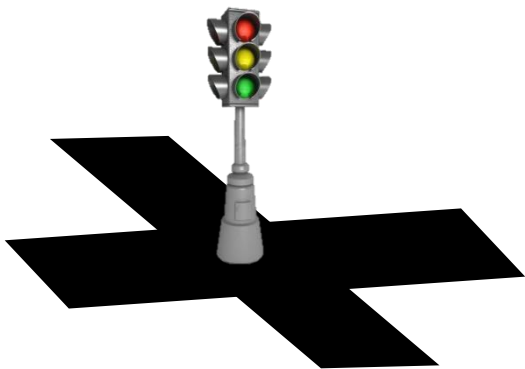


**Algoritme**  
 Find maksimal strømning fra **A** til **B** når alle kanter har kapacitet **1**

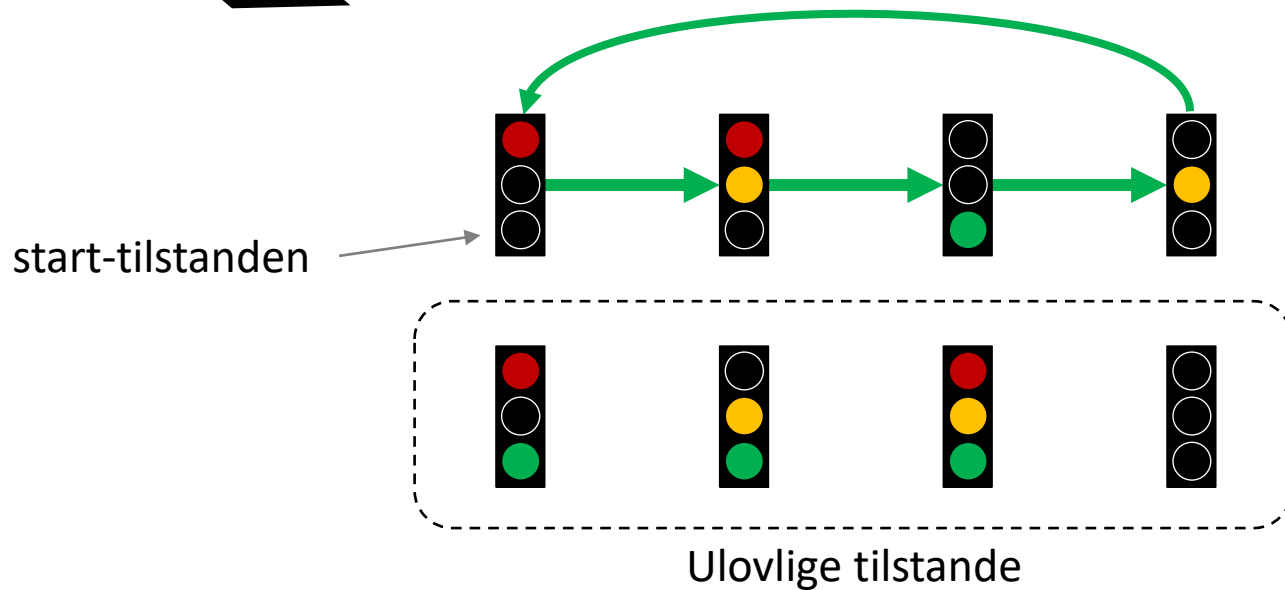
Største antal kant-disjunkte stier fra A til B ?

II (Menger's sætning)

Mindste antal kanter der skal fjernes så B ikke kan nås fra A ?



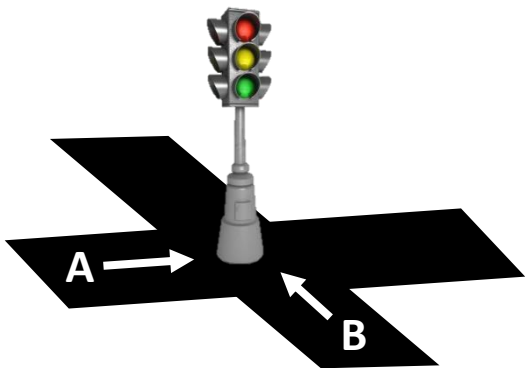
# Lyskryds



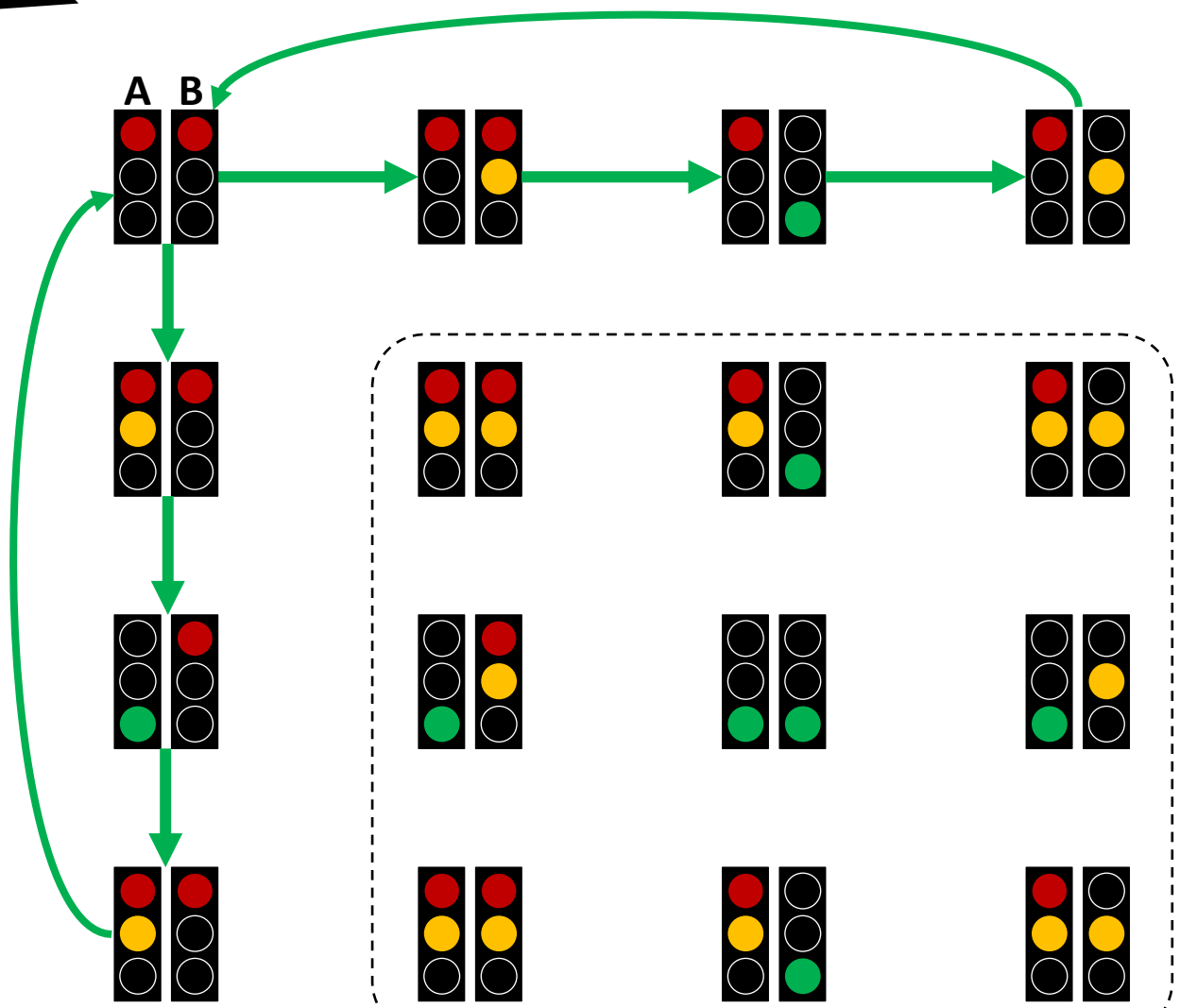
Automatisk kontrol af software til f.eks. styring af lyskryds

- Hvilke tilstande kan man nå (fra start-tilstanden) ?
- Er alle tilstande man kan nå lovlige ?
- Kan der altid blive grønt igen (liveness) ?





# Lyskryds



Ulovlige tilstande

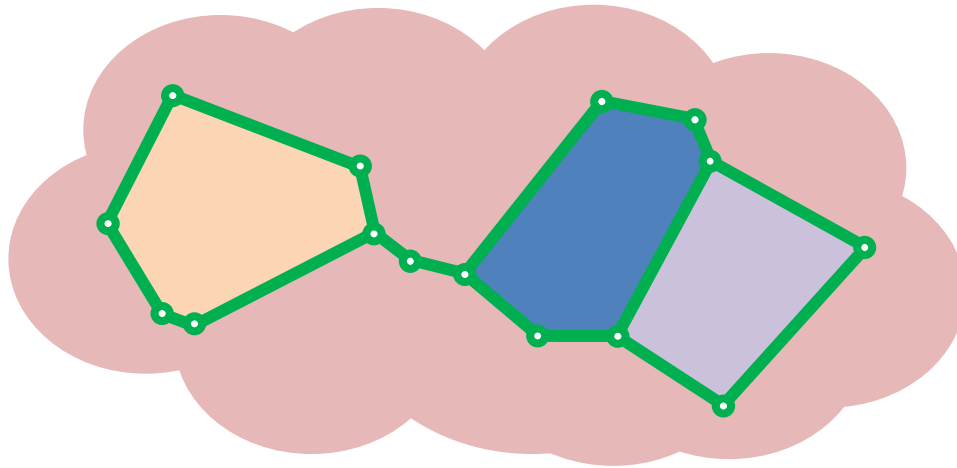
Google Street View  
Randersvej / Vejlbj Ringvej



# Grafer og Algoritmer

- Planare grafer (Voronoi diagram, Euler's formel)
- Vejnet som grafer (korteste veje, disjunkte stier, stærk sammenhængende)
- Rejseplaner (modellering som graf)
- Regneark (cykler i grafer, topologisk sortering)
- Strømninger i grafer
- 2-kant sammenhængende grafer
- Tilstandsgrafer (lyskryds)

# Opsummering



Mange problemer kan løses med  
generelle **graf algoritmer**

**Spørgsmål ?**

# INSTITUT FOR DATALOGI TIL U-DAYS 2021

Snak med studerende:

torsdag, fredag og lørdag **10.00 – 15.00**

Informationsoplæg:

torsdag og fredag **kl. 10.00 og kl. 14.00**

Faglige oplæg:

**Kunstig intelligens i computerspil – Game AI**

torsdag og fredag **kl. 11.00** (Datalogi)

**Algoritmer og hvad man kan bruge dem til**

torsdag og fredag **kl. 13.00** (Datalogi)

**Augmented Reality: teknologien i den fysiske verden**

torsdag og fredag **kl. 11.00** (IT-Produktudvikling)

**Prototyping – fra idé til produkt**

torsdag og fredag **kl. 13.00** (IT-Produktudvikling)

[Mere info om uddannelserne?](#)

[Slides fra informationsoplæg?](#)

[Rundvisningsvideo?](#)

[cs.au.dk/udays](https://cs.au.dk/udays)

[Spørgsmål efter u-days?](#)

[Program for u-days?](#)

[Vil du kontaktes?](#)

[bachelor.au.dk/](https://bachelor.au.dk/)  
[datalogi](#)  
[it](#)  
[studievalg](#)  
[karriere](#)

[cs.au.dk/](https://cs.au.dk/)