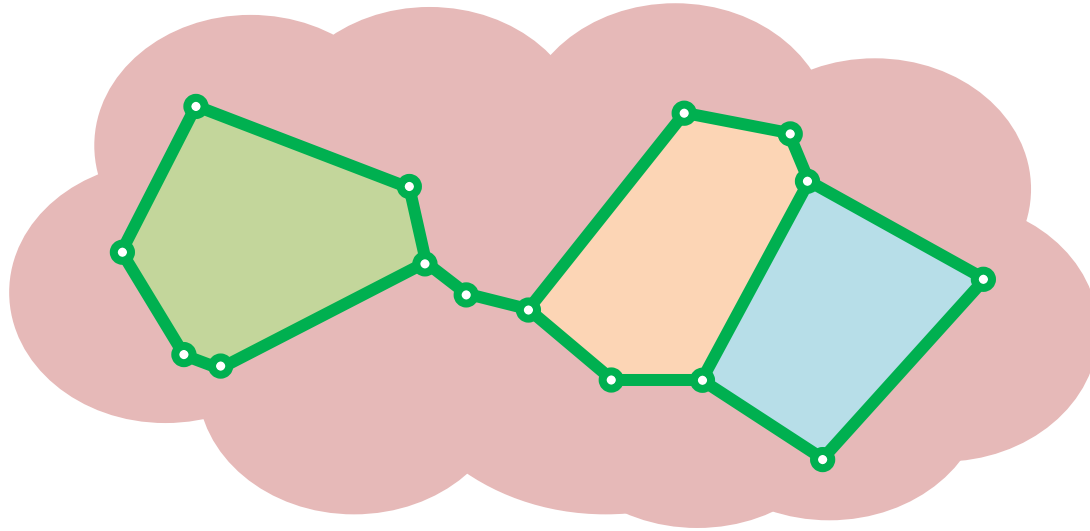


Algoritmer



Gerth Stølting Brodal

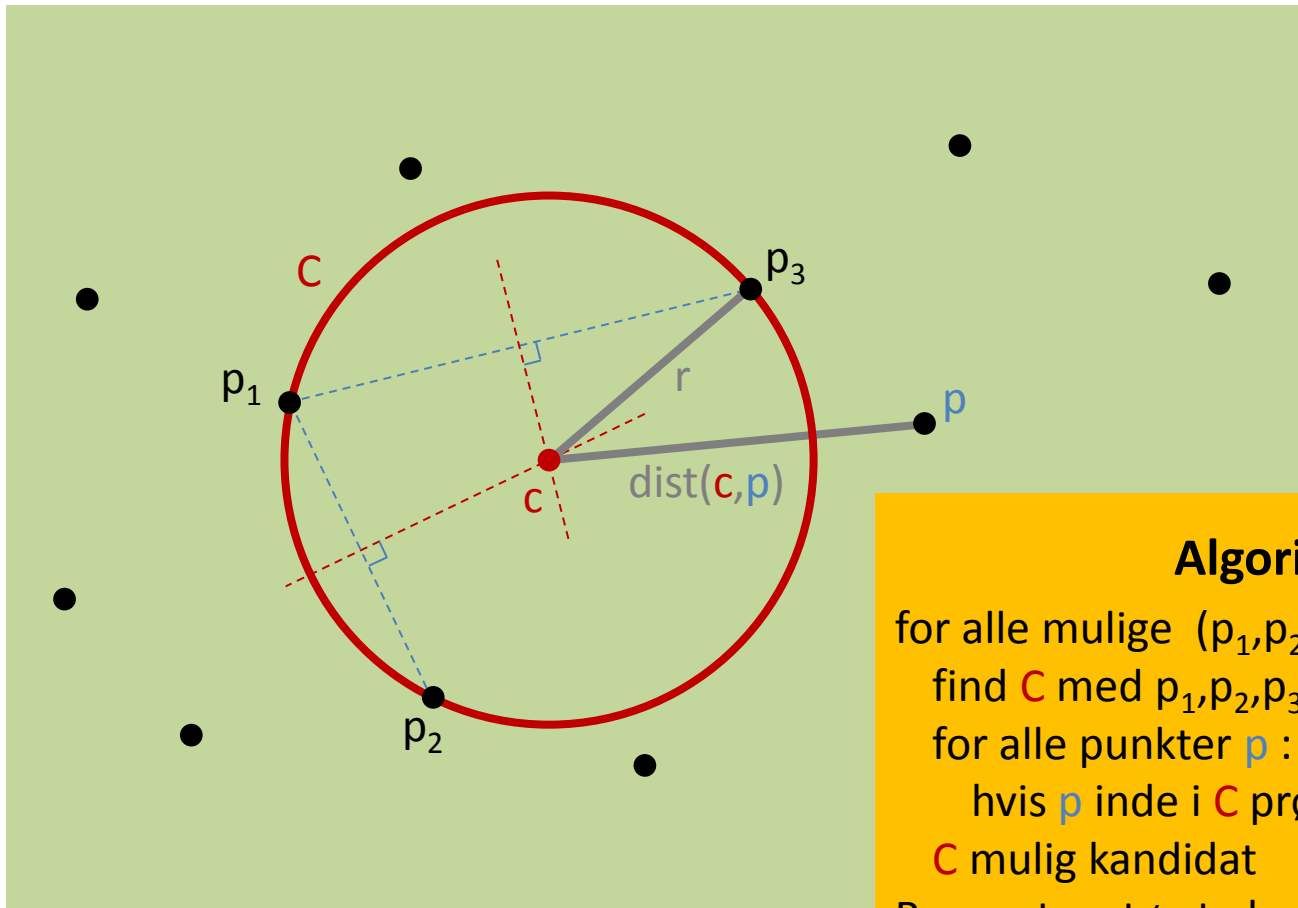
Institut for Datalogi
Aarhus Universitet

Indhold :

Grafer og Algoritmer

Fokus er på de **overordnede idéer**.
Detaljerne i algoritmerne og hvordan de omsættes til konkrete programmer kommer der ikke ind på her.

Største Tomme Cirkel

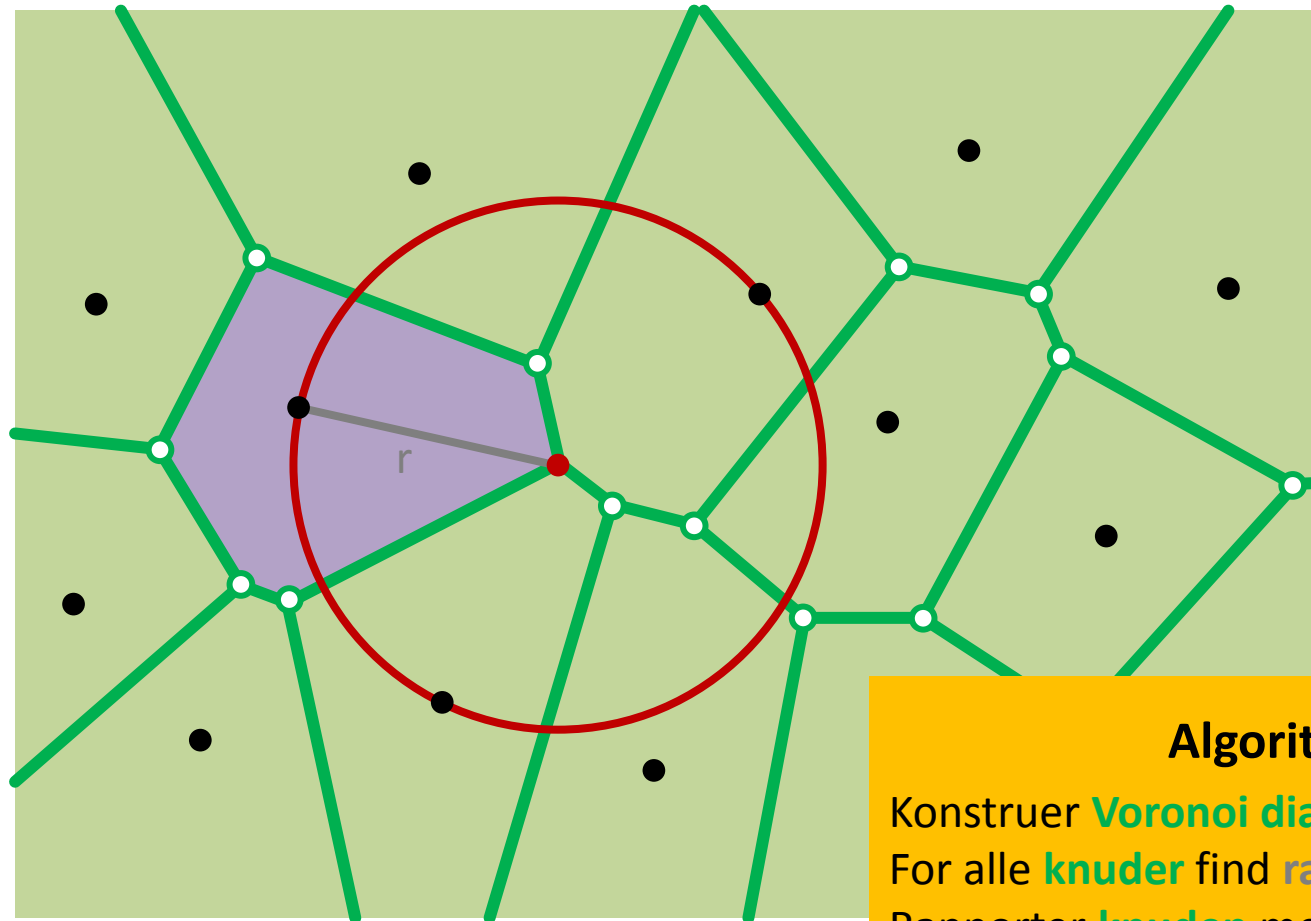


Algoritme

for alle mulige (p_1, p_2, p_3) :
 find C med p_1, p_2, p_3 på randen
 for alle punkter p :
 hvis p inde i C prøv næste (p_1, p_2, p_3)
 C mulig kandidat
Rapporter største kandidat fundet

Sætning Største tomme cirkel har mindst 3 punkter på randen

Største Tomme Cirkel (II)



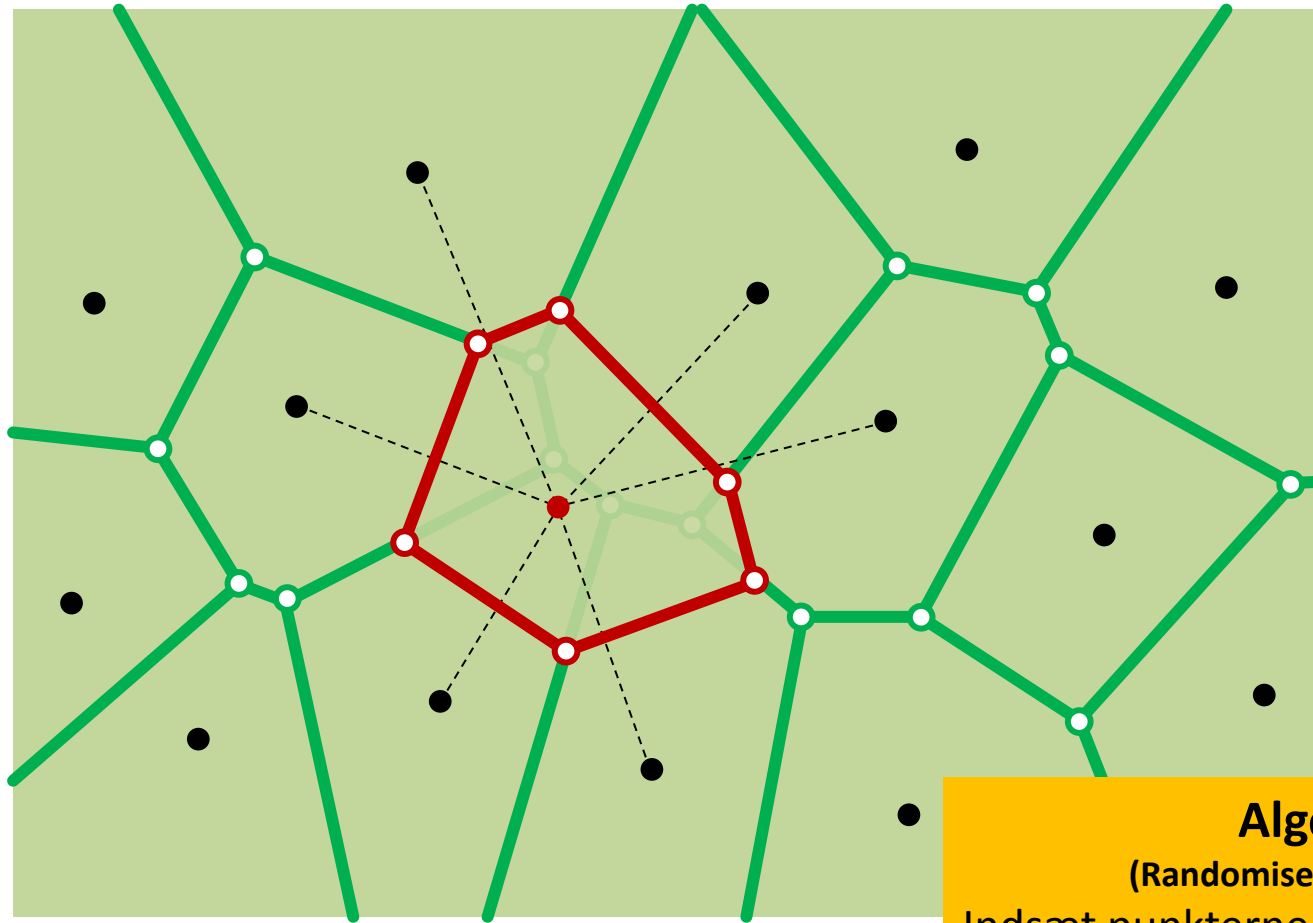
Voronoi diagram

Algoritme

Konstruer **Voronoi diagrammet**
For alle **knuder** find **radius** af **cirklen**
Rapporter **knuden** med størst **radius**

Sætning Antal Voronoi **knuder** $\leq 2 \cdot$ antal **punkter**

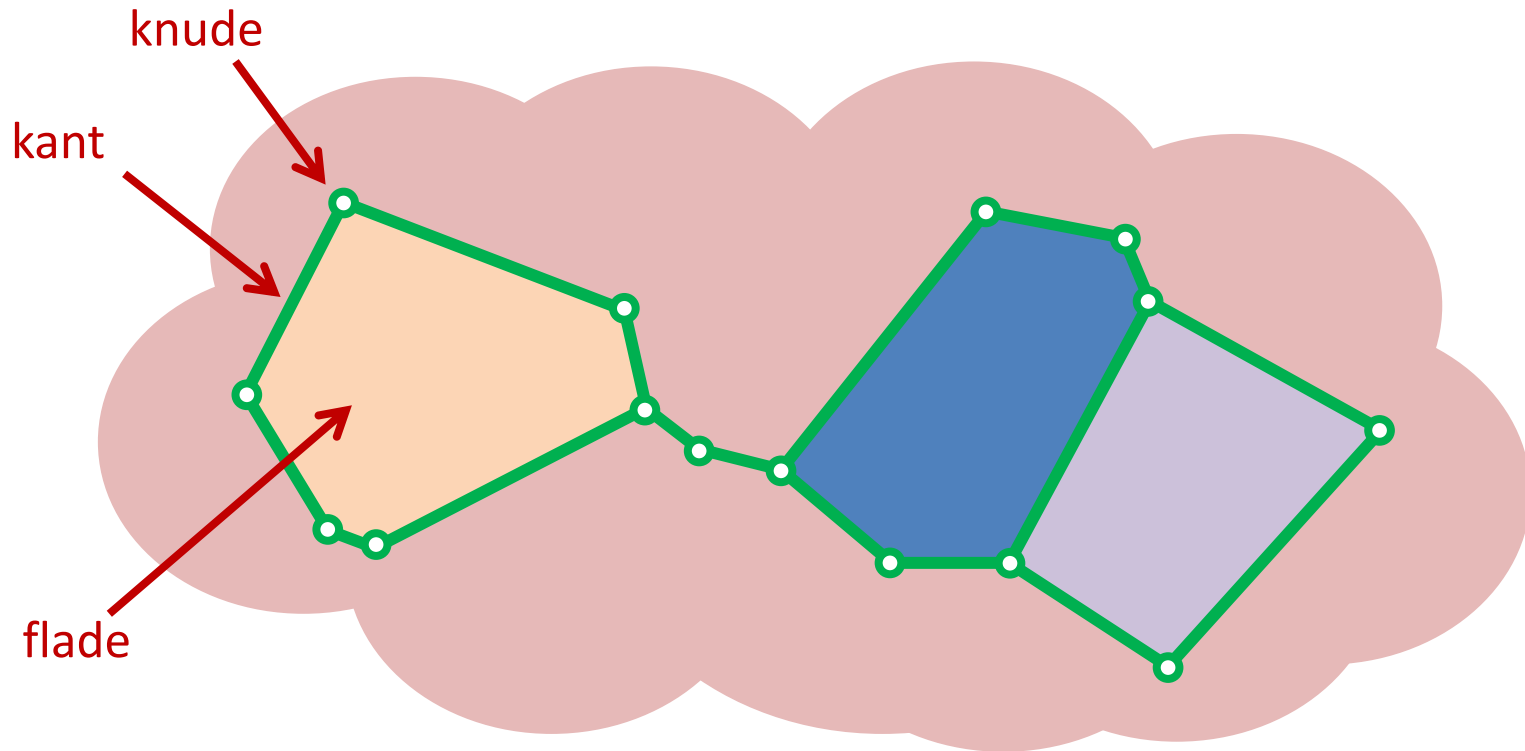
Voronoi Diagram - Konstruktion



Algoritme
(Randomiseret Inkrementel)
Indsæt punkterne i **tilfældig** rækkefølge
Indsæt nye og slet gamle segmenter

Sætning Forventet ≤ 6 nye segmenter per tilføjet punkt

Graf



Euler's Sætning : # knuder + # flader - # kanter = 2

$$15 + 4 - 17 = 2$$

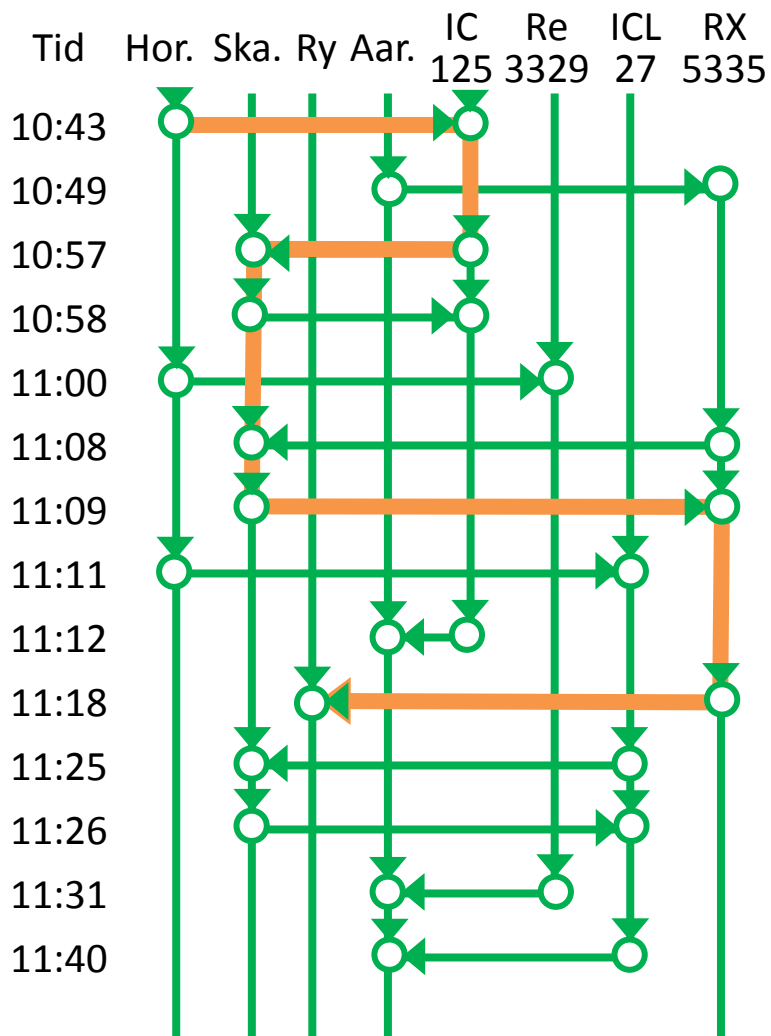
(gælder for sammenhængende grafer der kan tegnes uden krydsende kanter)

Gader
&
Stræder



Eksempel: Find (korteste) veje fra A til B i en graf
Findes der to kant-disjunkte stier fra A til B ?

Rejseplan (Horsens til Ry)



Tog	Ank	Afg	Station
		10:43	Horsens
IC125	10:57	10:58	Skanderborg St
		11:12	Aarhus H
Re3329		11:00	Horsens
		11:31	Aarhus H
		11:11	Horsens
ICL27	11:25	11:26	Skanderborg St
		11:40	Aarhus H
		10:49	Aarhus H
RX5335	11:08	11:09	Skanderborg St
		11:18	Ry St

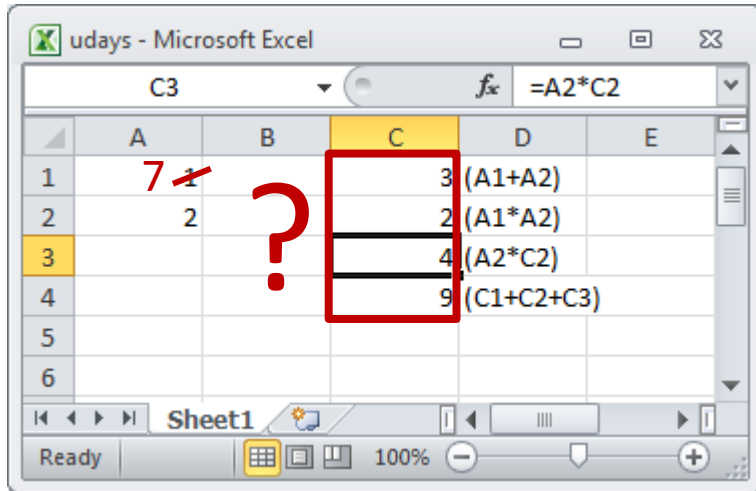


uddrag af køreplaner

Algoritme

Find tidligste knude for **Ry** der kan nås fra en given start-knude i **Horsens**

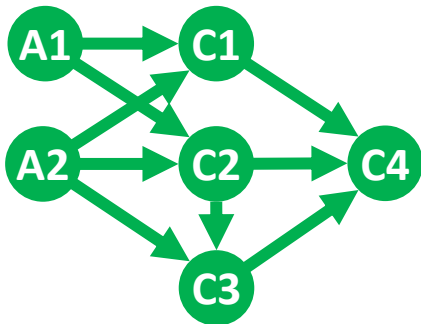
Opdatering af Regneark



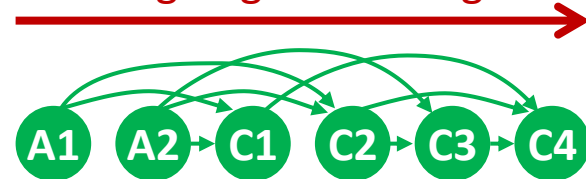
Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c** hvor alle afhængigheder er beregnet :

Beregn **c**



beregnings rækkefølge

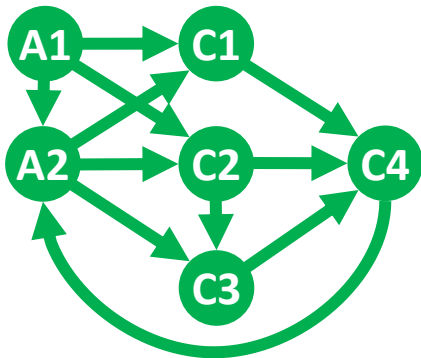


topologisk sortering

alle kanter peger fra venstre mod højre

Opdatering af Regneark (II)

	A	B	C	D	E
1	1		2 (A1+A2)		
2	0 (A1+C4)		1 (A1*A2)		
3			1 (A2*C2)		
4			4 (C1+C2+C3)		
5					
6					



Algoritme

Så længe der findes en uberegnet celle **c**
hvor alle afhængigheder er beregnet :

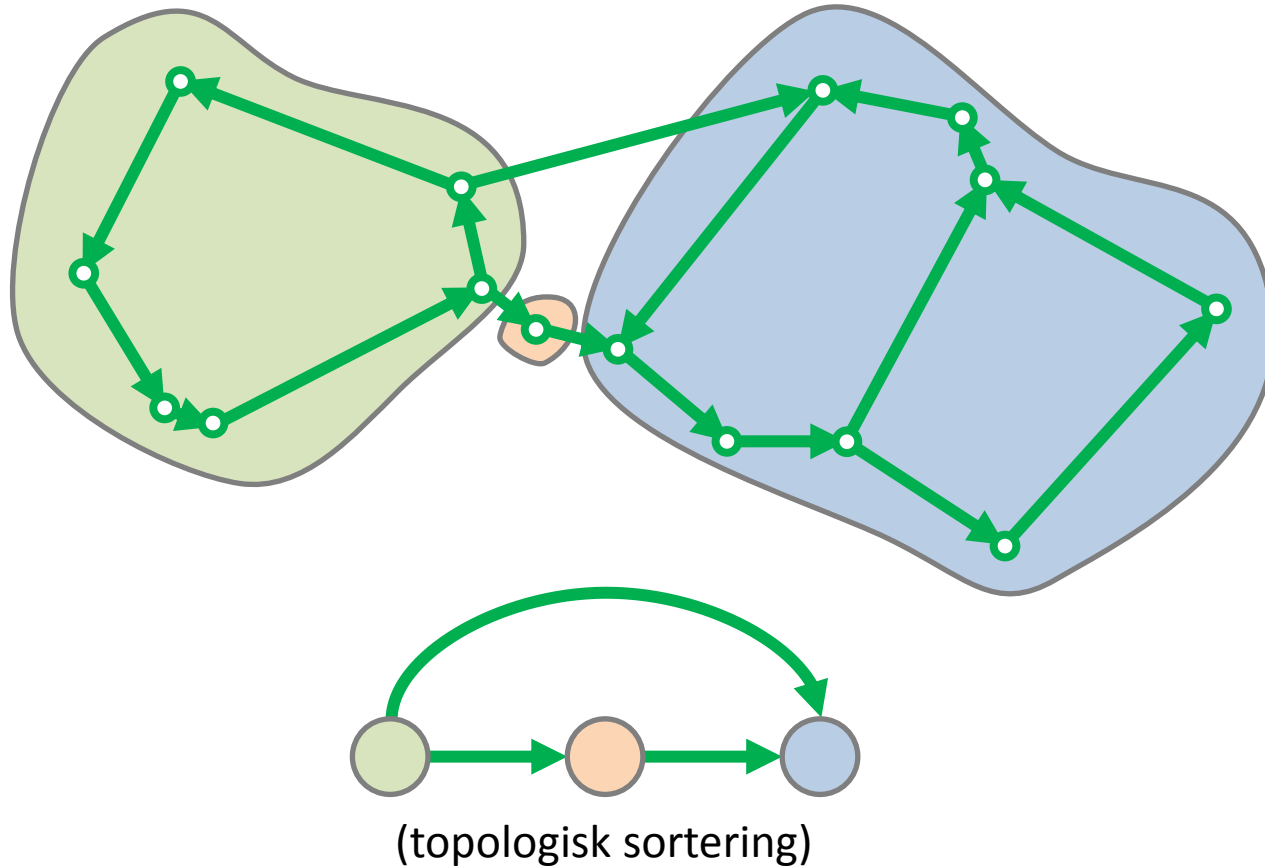
Beregn **c**

Hvis ikke alle celler beregnet :

Rapporter at der findes en **cykel**

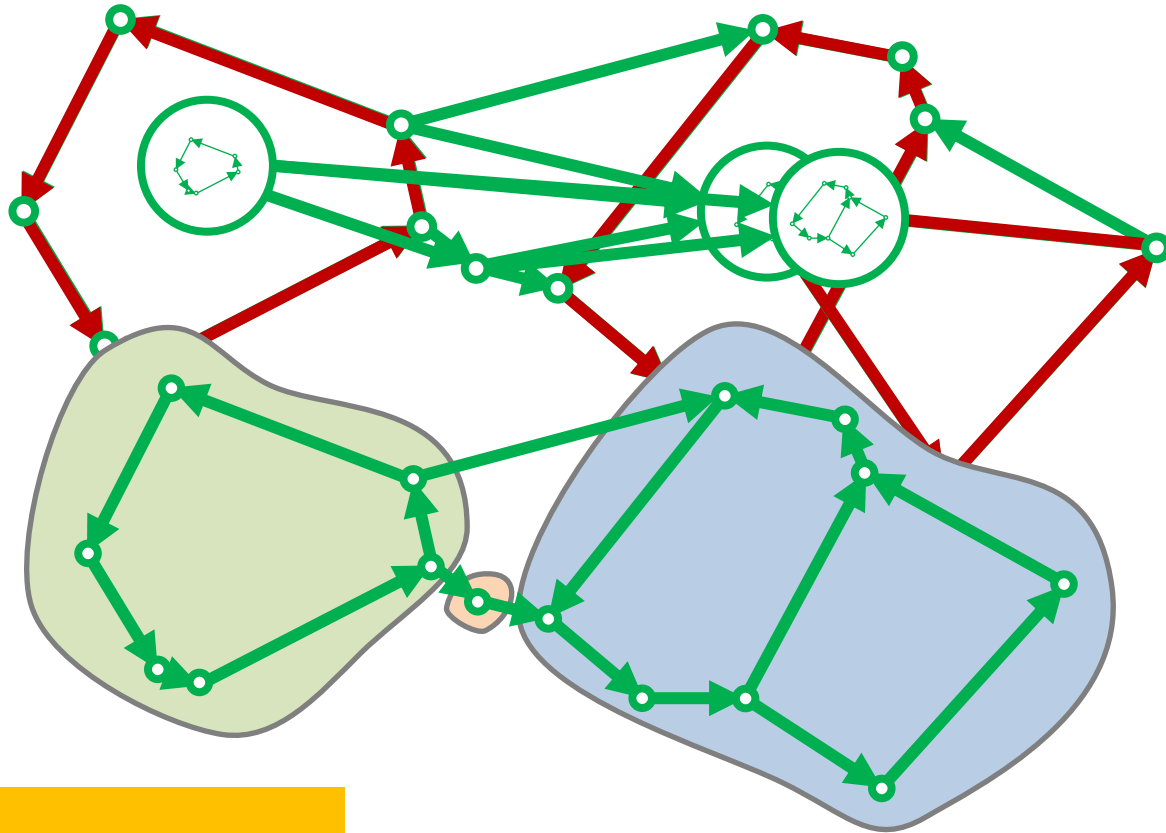
topologisk sorterer
eller
identificerer en cykel

Stærke Sammenhængskomponenter



- Kan alle par af knuder nå hinanden **begge veje** ?
(bruges f.eks. til at checke for fejl i vej-data)

Stærke Sammenhængskomponenter



Algoritme :

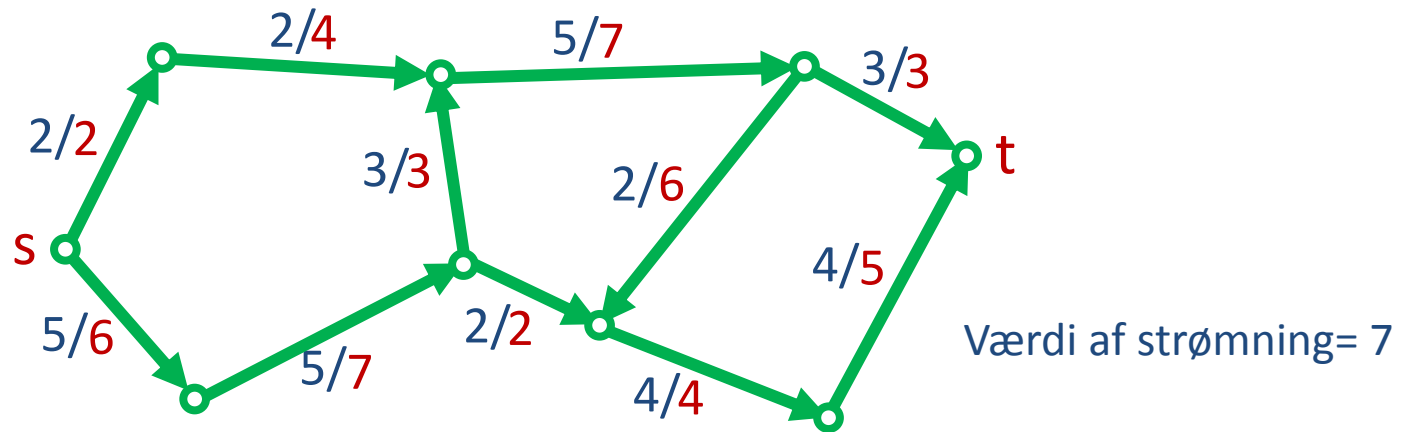
Så længe der findes en cykel **C** :
Træk **C** sammen til en knude

PAGE 3

DEPARTMENT	COURSE	DESCRIPTION	PREREQS
------------	--------	-------------	---------

COMPUTER SCIENCE	CPSC 432	INTERMEDIATE COMPILER DESIGN, WITH A FOCUS ON DEPENDENCY RESOLUTION.	CPSC 432
---------------------	----------	--	----------

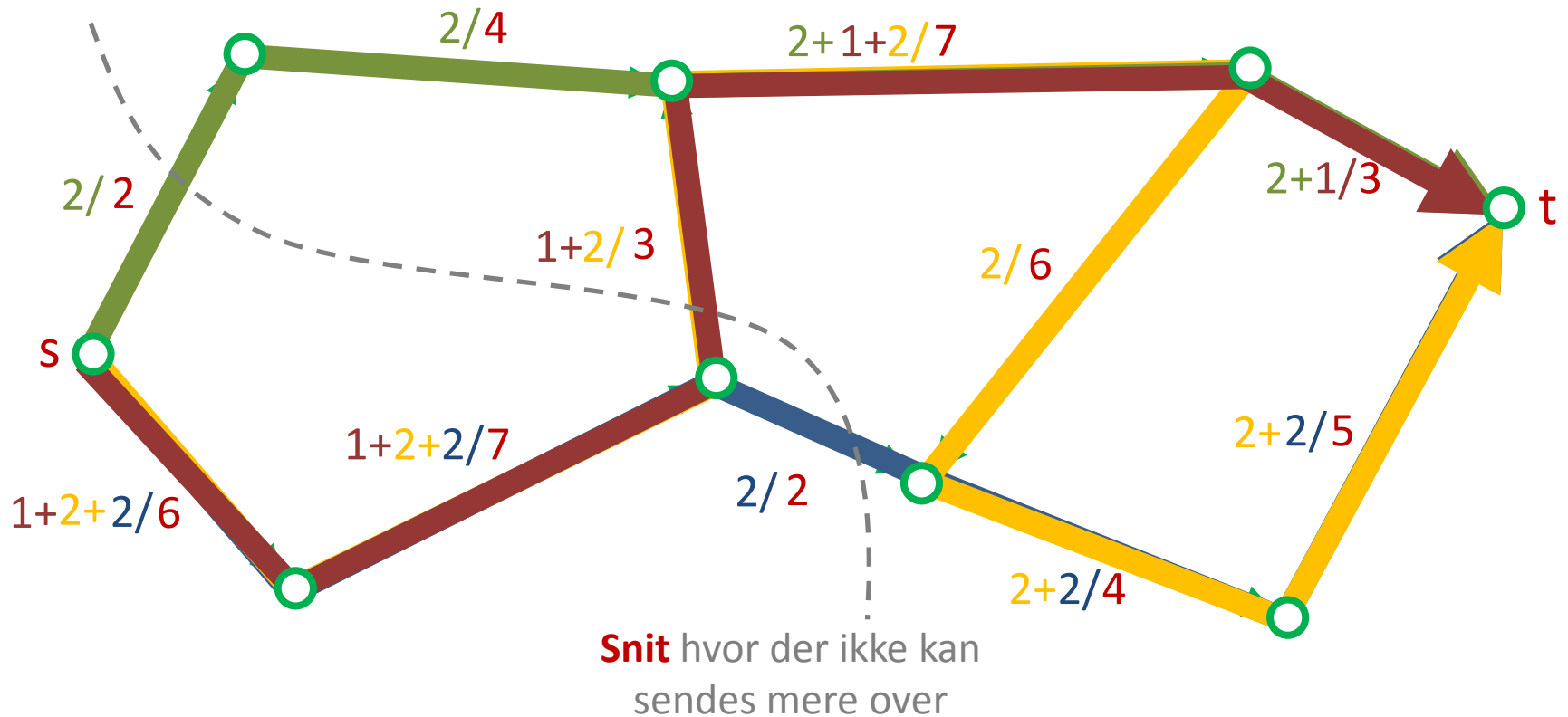
Strømninger i Netværk



- Hver kant har en **kapacitet**
- Send størst mulig **værdi** fra **s** til **t**

(f.eks. vand, kloak, fjernvarme, vejnet kapacitet, el netværk, ...)

Beregning af Strømninger i Netværk

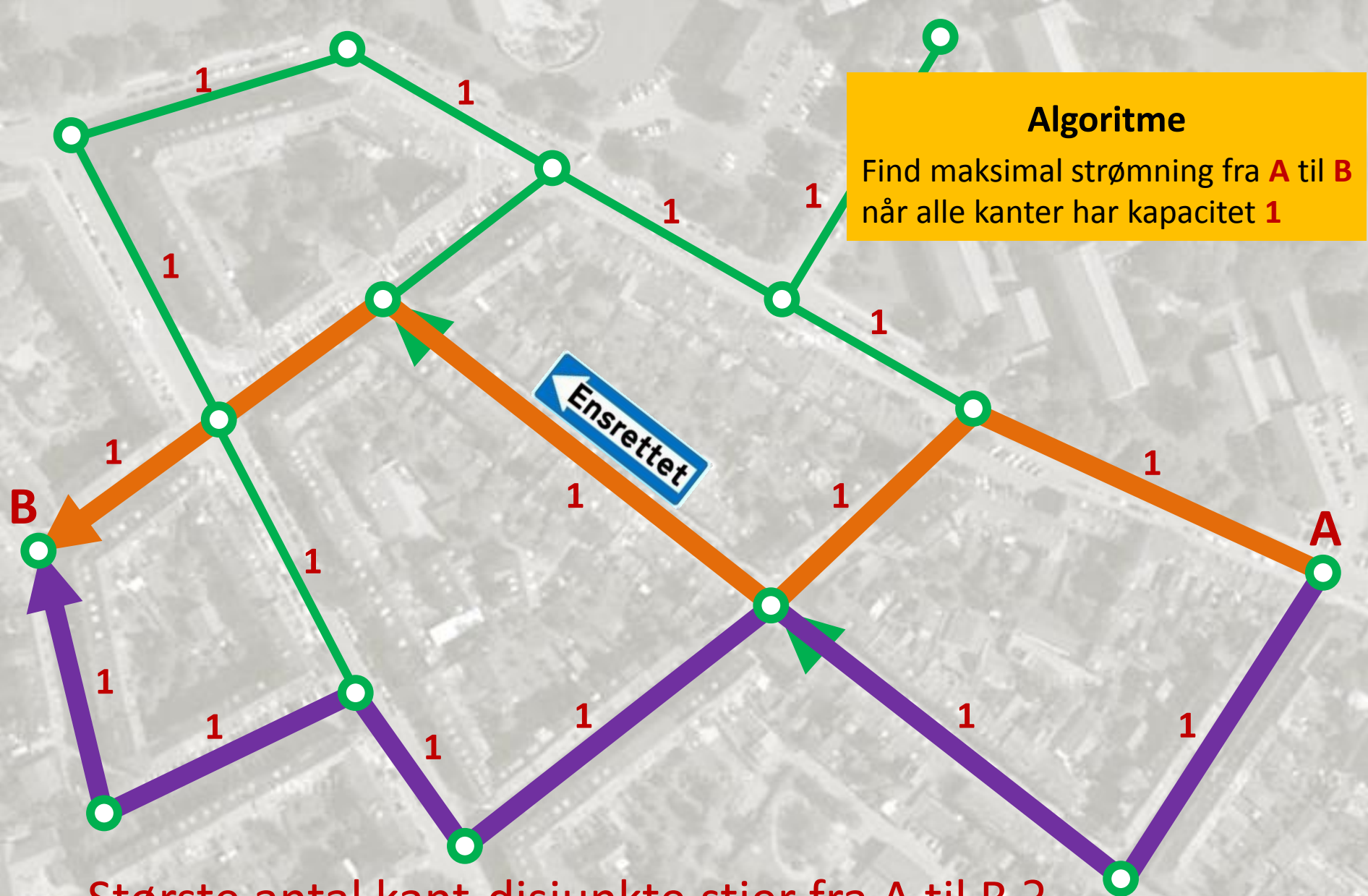


Algoritme

Så længe der findes en forbedrende sti P :
Send maksimal yderligere værdi langs stien P

Sætning

Max strømning = min snit



Største antal kant-disjunkte stier fra A til B ?

II (Menger's sætning)

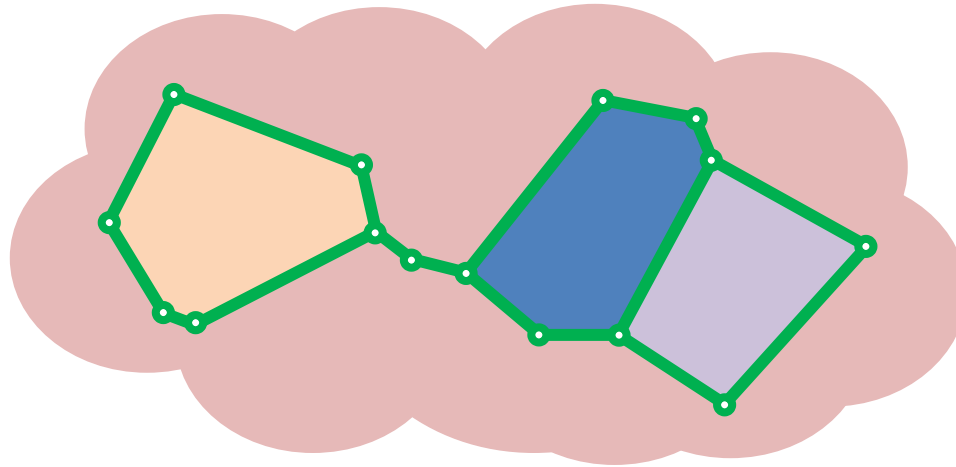
Mindste antal kanter der skal fjernes så B ikke kan nås fra A ?

Indhold :

Grafer og Algoritmer

- Planare grafer (Voronoi diagram, Euler's formel)
- Vejnet som grafer (korteste veje, disjunkte stier, stærk sammenhængende)
- Rejseplaner (modellering som graf)
- Regneark (cykler i grafer, topologisk sortering)
- Strømninger i grafer
- 2-kant sammenhængende grafer

Opsummering



Manger problemer kan løses med
generelle **graf algoritmer**

TAK – Spørgsmål ?