

INSTITUT FOR DATALOGI, AARHUS UNIVERSITET

Science and Technology
EKSAMEN
Grundkurser i Datalogi
Algoritmer og Datastrukturer 1 (2003-ordning)
Antal sider i opgavesættet (incl. forsiden): 12
Eksamensdag: Onsdag den 29. marts 2017, kl. 9.00-11.00
Tilladte medbragte hjælpemidler: Alle sædvanlige hjælpemidler (lærebøger og notater). Computer må ikke medbringes.
Materiale der udleveres til eksaminanden:

Årskort _____

Navn _____

Skriftlig Eksamen
Algoritmer og Datastrukturer 1 (2003-ordning)

Institut for Datalogi
Aarhus Universitet

Onsdag den 29. marts 2017, kl. 9.00-11.00

Dette eksamenssæt består af en mængde multiple-choice-opgaver. Opgaverne besvares på opgaveformuleringen **som afleveres**.

For hver opgave er angivet opgavens andel af det samlede eksamenssæt.

Hvert delspørgsmål har præcist et rigtigt svar. For hvert delspørgsmål, kan du vælge **max ét svar** ved at afkrydse den tilsvarende rubrik. Et delspørgsmål bedømmes som følgende:

- Hvis du sætter kryds ved det rigtige svar, får du 1 point.
- Hvis du ikke sætter nogen krydser, får du 0 point.
- Hvis du sætter kryds ved et forkert svar, får du $-\frac{1}{k-1}$ point, hvor k er antal svarmuligheder.

For en opgave med vægt $v\%$ og med n delspørgsmål, hvor du opnår samlet s point, beregnes din besvarelse af opgaven som:

$$\frac{s}{n} \cdot v \%$$

Bemærk at det er muligt at få negative point for en opgave.

Opgave 1 (10 %)

I det følgende angiver $\log n$ 2-tals-logaritmen af n .

	Ja	Nej
$3n$ er $O(2n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n^2 er $O(n^2 \log n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\log n$ er $O(n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n \log n$ er $O(\sqrt{n})$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$7n + n^2$ er $O(7^n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4^n er $O(2^{3n})$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$4n^2$ er $O(3n^3)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
\sqrt{n} er $O(n^{1/3})$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$(\log n)^7$ er $O(n^7)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7^n er $O((\log n)^7)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$4^{\log n}$ er $O(n^2)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$1/n$ er $O(1/n^2)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$3n^2 + 7n^6$ er $O(10n^7)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7^2 er $O(1^7)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3n^2$ er $O(2n^3)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n \log n$ er $O((\log n)^n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(\log n)^{\log n}$ er $O(n)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$n \cdot n \cdot n \cdot n$ er $O(4n)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3^n er $O(7^n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$25n$ er $O(5n + 5n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 2 (4 %)

Hvilke af følgende udsagn er sande for alle binære søgetræer med n elementer.

	Ja	Nej
Elementet i et blad er altid \leq elementet i roden	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Elementer med samme dybde i træet er sorteret fra venstre-mod-højre	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Længste rod-til-blad sti indeholder $O(\log n)$ knuder	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Hvis elementet i en knude har rang r , så har elementet i det højre barn rang $r + 1$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Hvis man starter i roden og følger stien ved hele tiden at gå til højre, så kommer elementerne i voksende rækkefølge	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 3 (10 %)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)

```
s = 1
for i = 1 to n
    s = s + 1
```

Algoritme Loop2(n)

```
i = 1
j = n
while i ≤ j
    i = i * 2
    j = j / 2
```

Algoritme Loop3(n)

```
i = 1
while i ≤ n
    j = 1
    while j ≤ n
        j = j * 2
    i = 2 * i
```

Algoritme Loop4(n)

```
i = 1
while i ≤ n
    j = 1
    while j ≤ i
        j = j + 1
    i = 2 * i
```

Algoritme Loop5(n)

```
s = 0
i = 1
while i * i ≤ n
    for j = 1 to i
        s = s + 1
    i = i + 1
```

Algoritme Loop6(n)

```
s = 0
for i = 1 to n
    for j = i to n
        for k = i to j
            s = s + 1
```

	$O(\log n)$	$O(n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(n\sqrt{n})$	$O(\sqrt{n})$	$O((\log n)^2)$	$O(n^3)$
Loop1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Loop2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Loop3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Loop4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Loop5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Loop6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 4 (4 %)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	9	7	8	5	6	2	1	3	4

Angiv hvordan ovenstående binære max-heap ser ud efter HEAP-EXTRACT-MAX.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	4	9	7	8	5	6	2	1	3	<input type="checkbox"/>
1	2	3	4	5	6	7	8	9											
4	9	7	8	5	6	2	1	3											
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	8	7	3	5	6	2	1	4	<input type="checkbox"/>
1	2	3	4	5	6	7	8	9											
9	8	7	3	5	6	2	1	4											
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	<input type="checkbox"/>
1	2	3	4	5	6	7	8	9											
9	8	7	6	5	4	3	2	1											
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	8	7	4	5	6	2	1	3	<input checked="" type="checkbox"/>
1	2	3	4	5	6	7	8	9											
9	8	7	4	5	6	2	1	3											

Opgave 5 (4%)

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 1, 3, 5, 7, 2, 4, og 6 i den givne rækkefølge, startende med den tomme heap.

- | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|--|-------------------------------------|
| 1 2 3 4 5 6 7 | 7 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 | 7 | 5 | 6 | 2 | 1 | 4 | 3 | | <input type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | <input type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 | 7 | 3 | 6 | 1 | 2 | 4 | 5 | | <input type="checkbox"/> |

Opgave 6 (4%)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	7	2	1	4	9	6	5	8

Angiv hvordan ovenstående array ser ud efter anvendelsen af BUILD-MAX-HEAP.

- | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|-------------------------------------|
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 | 7 | 4 | 9 | 8 | 3 | 2 | 6 | 5 | 1 | | <input type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | <input type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | <input type="checkbox"/> |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 | 9 | 8 | 6 | 7 | 4 | 2 | 3 | 5 | 1 | | <input checked="" type="checkbox"/> |

Opgave 7 (4%)

Betragt RADIX-SORT anvendt på nedenstående liste af tal ($d = 4, k = 5$).

5555 0055 0005 0555 0000

Angiv den delvist sorterede liste efter at radix-sort har sorteret tallene efter de tre mindst betydende cifre.

- | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|--|-------------------------------------|
| 0000 | 0005 | 5555 | 0055 | 0555 | | <input type="checkbox"/> |
| 0000 | 0005 | 0055 | 5555 | 0555 | | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 0000 | 0005 | 0055 | 0555 | 5555 | | <input type="checkbox"/> |
| 0005 | 0000 | 0055 | 0555 | 5555 | | <input type="checkbox"/> |
| 5555 | 0555 | 0055 | 0005 | 0000 | | <input type="checkbox"/> |

Opgave 8 (4%)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	8	4	12	4	7	10	18	2	13	21	9	23	10

Angiv resultatet af at anvende PARTITION(A,4,12) på ovenstående array.

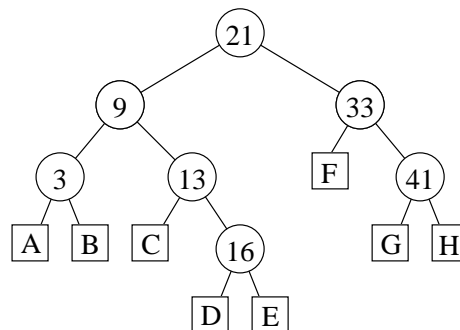
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	8	4	4	7	2	9	18	13	12	21	10	23	10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	8	4	4	7	2	9	12	10	18	13	21	23	10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	2	4	4	8	7	10	9	10	12	18	13	21	23

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	8	4	4	7	2	9	18	12	13	21	10	23	10

Opgave 9 (4%)

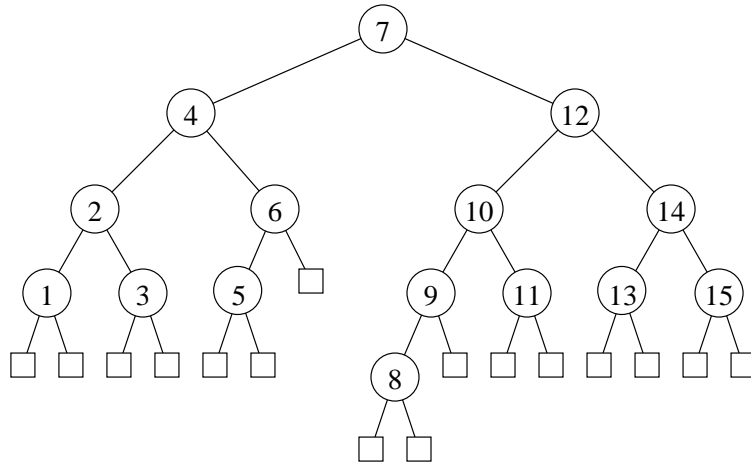


Angiv i hvilke blade A-H i ovenstående ubalancerede binære søgetræ elementerne 7, 42, 20, 30, og 22 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående syv elementer).

	A	B	C	D	E	F	G	H
Insert(7)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Insert(42)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Insert(20)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Insert(30)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Insert(22)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

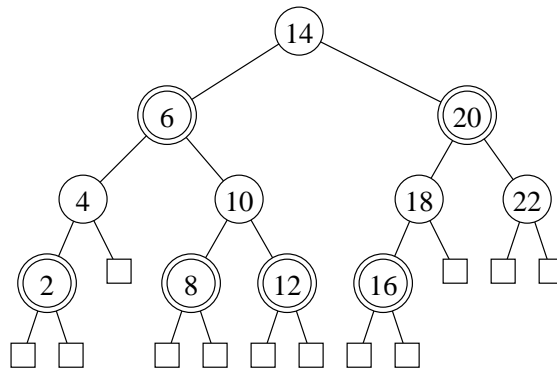
Opgave 10 (4%)

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde

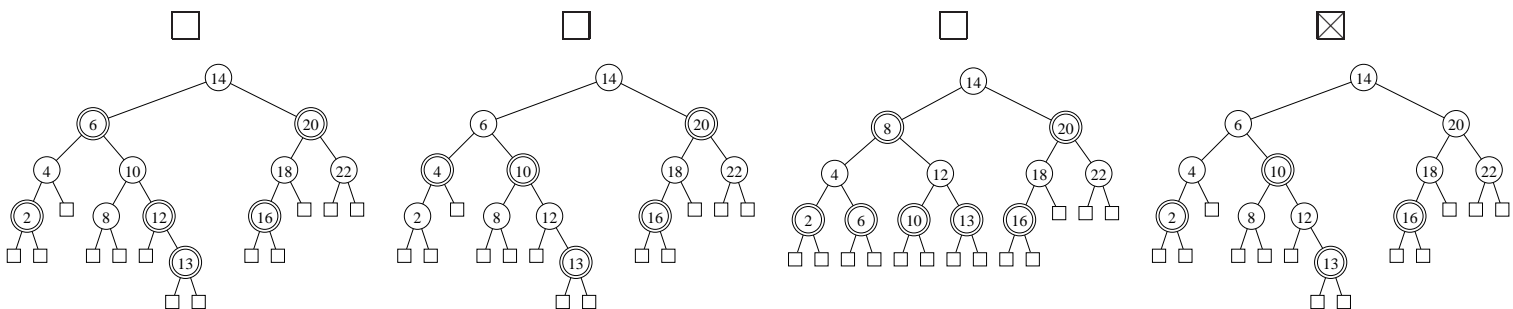


	Ja	Nej
5, 8	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2, 5, 12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2, 5, 8, 12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2, 6, 8, 12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
∅	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 11 (4%)



Angiv det resulterende rød-sortede træ når man indsætter 13 i ovenstående rød-sortede træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).



Opgave 14 (4%)

I følgende hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne $h_1(k) = (3k) \bmod 11$ og $h_2(k) = 1 + (k \bmod 7)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		8		16					14	

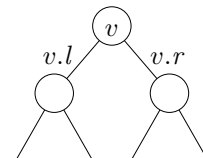
Angiv positionerne de tre elementer 3, 5 og 6 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 8, 16 og 14).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Insert(3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Insert(5)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Insert(6)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 15 (4%)

Betragt et søgetræ hvor hver knude v gemmer et tal $v.x$, og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende $v.x$. Derudover gemmes i en knude v to værdier $v.size$ og $v.avg$, som er henholdsvis antallet af elementer i v 's undertræ og gennemsnittet af alle tallene i v 's undertræ.

Angiv hvorledes $v.size$ og $v.avg$ kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn $v.l$ og $v.r$ (det kan antages at disse begge eksisterer).



$$v.size = \begin{cases} v.size + v.l.size + v.r.size & \square \\ 1 + v.l.size + v.r.size & \square \\ v.l.size + v.r.size & \square \\ 1 + (v.r.size - v.l.size) & \square \end{cases}$$

$$v.avg = \begin{cases} (v.x + v.l.avg + v.r.avg)/3 & \square \\ (v.x + v.l.avg * v.l.size + v.r.avg * v.r.size)/v.size & \square \\ (v.x + v.l.avg + v.r.avg)/v.size & \square \\ v.x + (v.l.avg + v.r.avg)/2 & \square \end{cases}$$

Transitionssystem Sqrt

Konfigurationer: $\{[x, \ell, h] \mid \text{heltal } x, \ell, h \geq 0\}$

$[x, \ell, h] \triangleright [x, \ell + 1, h]$ **if** $(\ell + 1)^2 \leq x$

$[x, \ell, h] \triangleright [x, \ell, h - 1]$ **if** $x < h^2$

Opgave 16 (4%)

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant for ovenstående transitionssystem Sqrt. Startkonfigurationen antages at være $[x_0, 0, x_0]$, hvor $x_0 \geq 0$.

	Ja	Nej
$\ell \leq \sqrt{x}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{x} \leq h$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$h = x$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$h \leq x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\ell \leq \sqrt{x} < h$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 17 (4%)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående transitionssystem Sqrt. Startkonfigurationen antages at være $[x_0, 0, x_0]$, hvor $x_0 \geq 0$.

	Ja	Nej
$\mu(x, \ell, h) = h$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(x, \ell, h) = x - \ell$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(x, \ell, h) = h - \ell$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(x, \ell, h) = h - \lfloor \sqrt{x} \rfloor$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(x, \ell, h) = (h - \ell)^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 18 (4%)

For QuickSort og InsertionSort angiv worst-case, best-case, og forventet udførelstid for input af størrelse n . Forventet tid er her forventet tid for en tilfældig permutation af input.

	$\Theta(n)$	$\Theta(n \log n)$	$\Theta(n^2)$
QuickSort, worst-case	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
QuickSort, best-case	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
QuickSort, forventet	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
InsertionSort, worst-case	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
InsertionSort, best-case	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
InsertionSort, forventet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Givet et array $A[1..n]$ indeholdende $n \geq 1$ heltal og et heltal x , så identificerer nedenstående algoritme antallet af forekomster af x i A , dvs. beregner

$$\text{count}(x, A) = |\{i \mid 1 \leq i \leq n \wedge A[i] = x\}|.$$

Algoritme COUNT(x, A)

Inputbetingelse : Heltal x og array $A[1..n]$ med n heltal

Outputkrav : $r = \text{count}(x, A)$

Metode : $i \leftarrow 0$;

$r \leftarrow 0$;

{ I } **while** $i < n$ **do**

$i \leftarrow i + 1$

if $x = A[i]$ **then**

$r \leftarrow r + 1$

Opgave 19 (4%)

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme COUNT.

	Ja	Nej
$i \leq n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r = \text{count}(x, A[1..i])$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r = \text{count}(x, A[1..i + 1])$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$i < n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$r = 0$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 20 (4%)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående algoritme COUNT.

	Ja	Nej
$\mu(i, r, n) = n - i$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, r, n) = i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, r, n) = n - r$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, r, n) = n^2 - i^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, r, n) = 2n - i - r$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 21 (4%)

Givet ikke negative heltal x og p , så beregner nedenstående algoritme x^p .

```
Algoritme POWER( $x, p$ )  
Inputbetingelse : Heltal  $x \geq 0$  og  $p \geq 0$   
Outputkrav      :  $r = x^p$   
Metode          :  $r \leftarrow 1$ ;  
                   $\{I\}$  while  $p \geq 1$  do  
                    if  $p$  lige then  
                       $x \leftarrow x * x; p \leftarrow p/2$   
                    else  
                       $r \leftarrow r * x; p \leftarrow p - 1$ 
```

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme POWER, hvor x_0 og p_0 angiver de initielle værdier af x og p .

	Ja	Nej
$p \leq p_0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x^p = r$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$x \leq x_0$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$r \cdot x_0^{p_0} = x^p$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$x_0^{p_0} = r \cdot x^p$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 22 (4%)

Givet en sorteret liste L med $N = 2^k - 1$ elementer, for et positivt heltal k , så kan man i $O(N)$ tid konstruere et perfekt balanceret binært søgetræ indeholdende L . I det følgende antages at vi kun laver sletninger i søgetræet, som beskrevet i [CLRS, kapitel 12.3], dvs. sletninger forsøger ikke at holde træet balanceret. Lad n betegne det aktuelle antal elementer i træet. For at holde træets højde logaritmisk i n , genopbygges træet som et perfekt balanceret binært søgetræ i $O(n)$ tid når halvdelen af elementerne er blevet slettet, dvs. når $n < N/2$, hvor N betegner antallet af elementer i træet sidste gang det blev genopbygget.

Med en passende potentialefunktion kan man argumentere for at slettelser tager amortiseret $O(\log n)$ tid. Angiv for hver af nedenstående om dette er en sådan potentialefunktion Φ .

	Ja	Nej
N	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$N - n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(N - n) \log n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\log n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>