

Algoritmer og Datastrukturer

Puzzle, SelectionSort







- › Forside
- › Om Valhal
- › Konkurrencer
- › Spil & Hiscore
- › Downloads
- › På mobilen
- › TV-Guide

Hiscore er du på?

Valhal spillene findes på den cd-rom, som følger med lågekalenderen. Find din egen score herunder. Husk at vælge et specielt spille-navn, så du kan kende dig blandt alle de andre. Hi-scores bliver genstartet hver dag! Kan du blive nr. 1 på et de 24 spil?

Klik på spilnavnet for at se alle scores!

Se også

- › Hotline
- › Thors Torden Race
- › Anders And Hiscore



1. Pebernødder til Snifer		
1	499	andreas
2	470	Mads12345
3	246	Ikke oplyst
4	63	DANIEL
5	53	mathiastp

2. Lokes høj		
1	450	Anne.K.Nie
2	449	Kimingen88
3	448	morten.fly
4	448	MiaMaria
5	448	RONNIE

Johnny Deluxe

LUXUS

NYT ALBUM
UDE NU

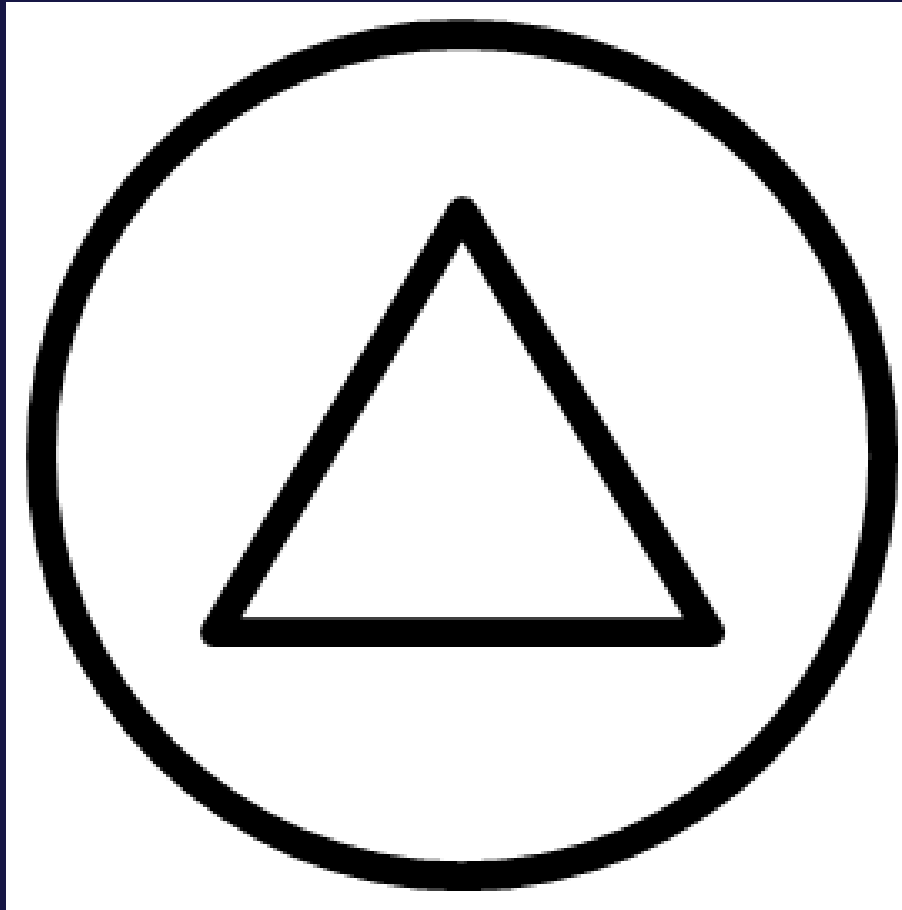
INKL.
DET DU GØR &
DRENGE SOM MIG

”Lokes Høj”

- 64 brikker
- Hiscore 450
- Antal ombytninger $500 - 450 = 50$

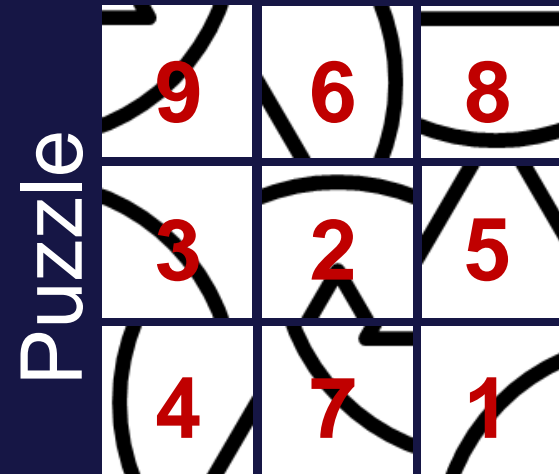
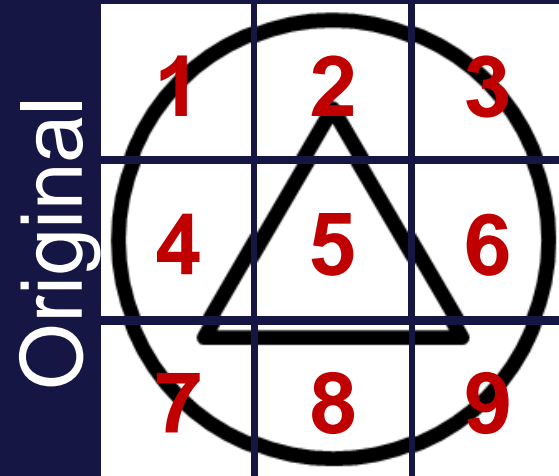
**Hvordan opnår man et lavt antal ombytninger
– held eller dygtighed ?**

Optimale antal ombytninger ?




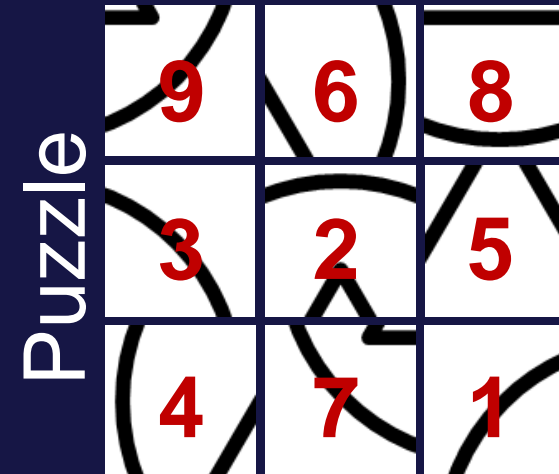
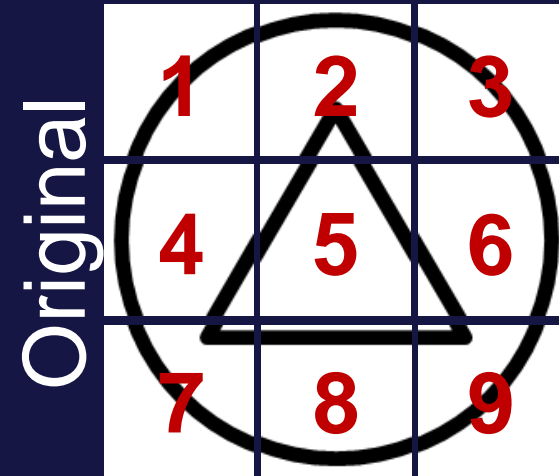
Optimale antal ombytninger ?

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9
- f) Ved ikke



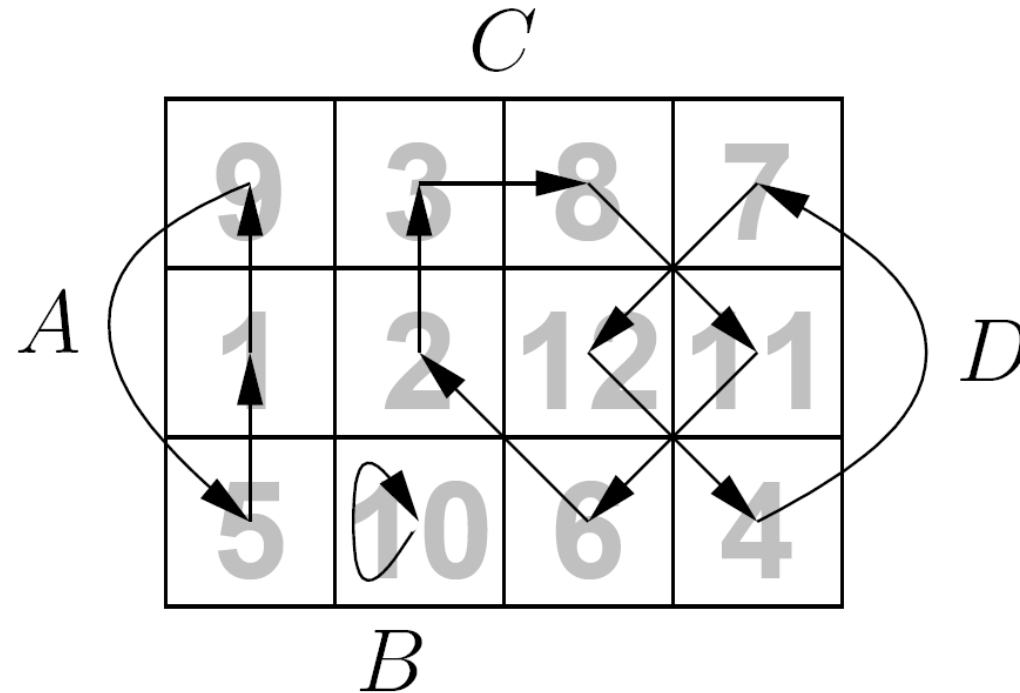
Optimale antal ombytninger ?

- a) 5
-  b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9
- f) Ved ikke



En løsning: 1-9 2-6 5-6 8-3 4-8 8-7

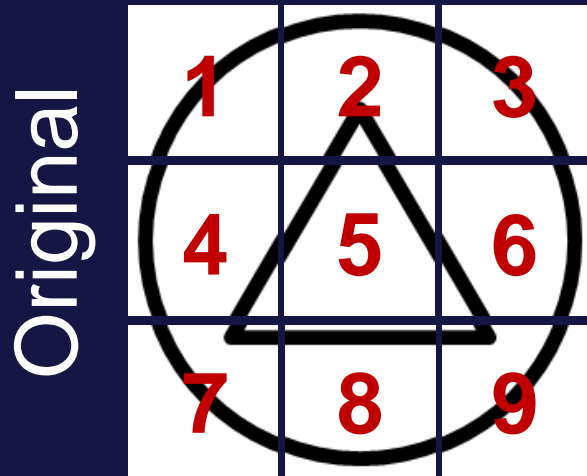
Cykler (Permutationer)



Hver pil peger på brikkens korrekte plads

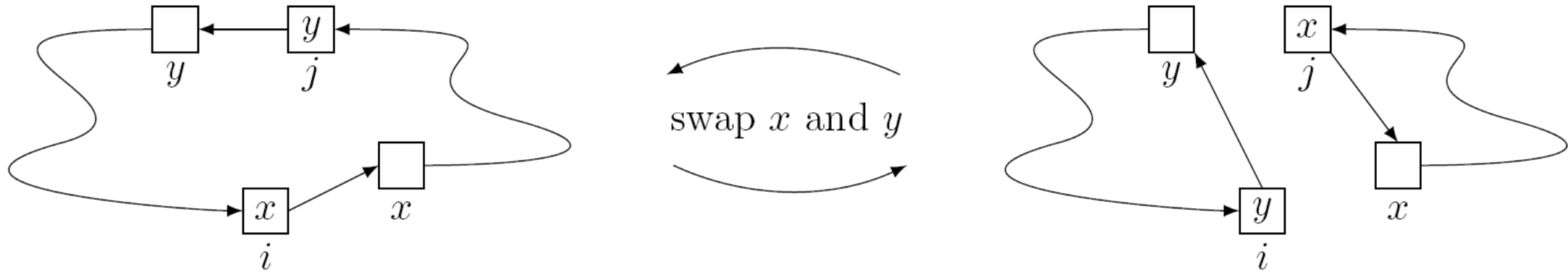
Definerer en mængde af cykler (fx cyklerne A,B,C,D)

Optimale antal ombytninger ?



En løsning: 1-9 2-6 5-6 8-3 4-8 8-7

Ombytninger og Cykler



Lemma

- En ombytning af to brikker i **samme cykel** øger antallet af cykler med én.
- En ombytning af to brikker fra to **forskellige cykler** reducerer antallet af cykler med én.

Lemma

Når alle n brikker er korrekt placeret er der præcis n cykler.

Lemma

For at løse et puslespil med n brikker og k cykler i starten kræves $\geq n - k$ ombytninger.

**Har vist en nedre grænse for
ALLE algoritmer der løser problemet**

En (grådig) algoritme

Algorithm PUZZLE

- 1 **while** there exists a misplaced piece x **do**
- 2 Let y be the piece at x 's correct position
- 3 swap x and y

Lemma

Algoritmen bytter aldrig om på brikker der står korrekt.

Lemma

Algoritmen udfører $\leq n - 1$ ombytninger

Lemma

For at løse et puslespil med n brikker og k cykler i starten udfører algoritmen præcis $n - k$ ombytninger.

Har vist en **øvre grænse** for en konkret algoritme

Algoritmen er **optimal** da antal ombytninger er bedst mulig
(de viste nedre og øvre grænser er identiske)

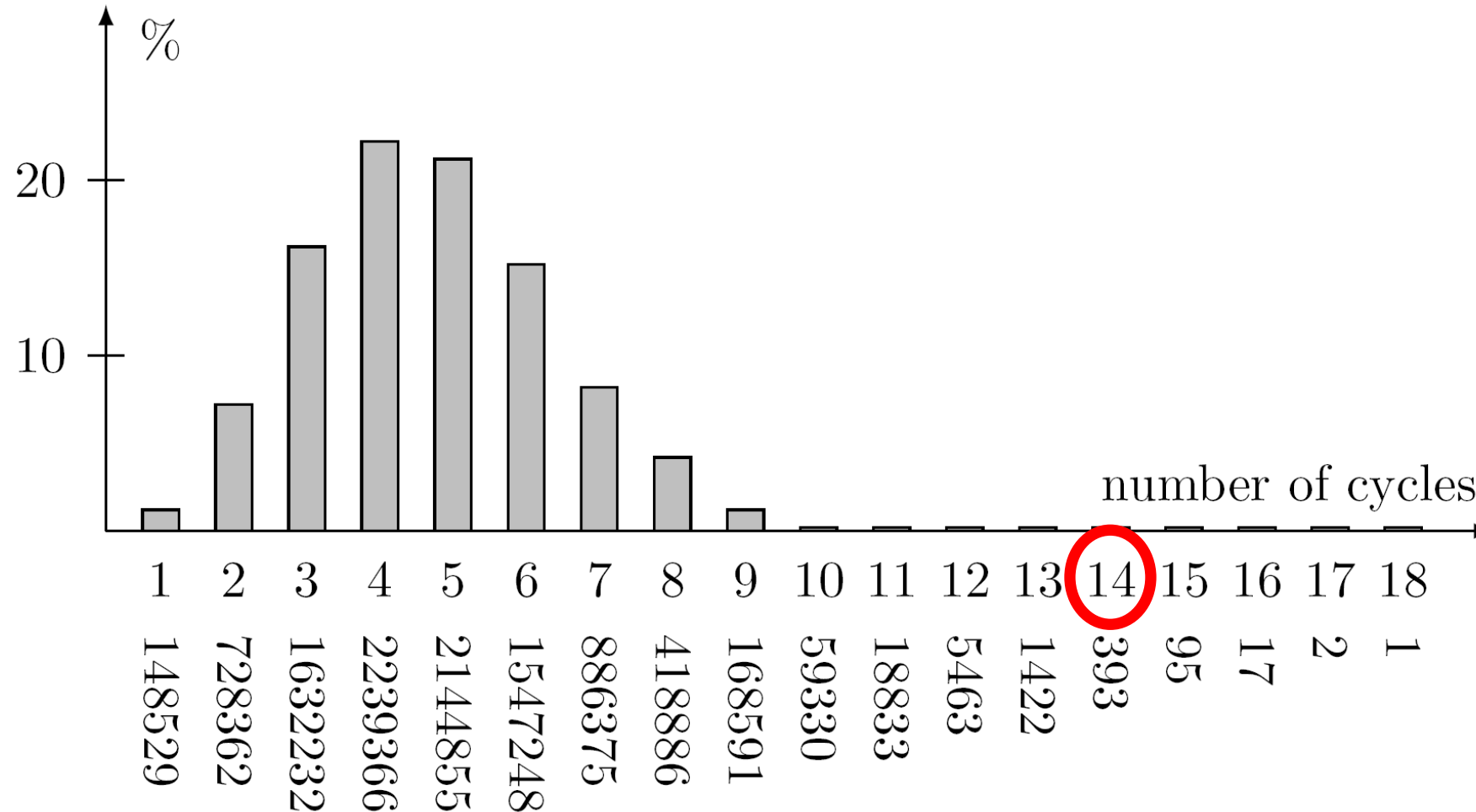
Sætning



For at løse et puslespil med n brikker og k cykler i starten kræves præcis $n - k$ ombytninger

Fordelingen af antal cykler

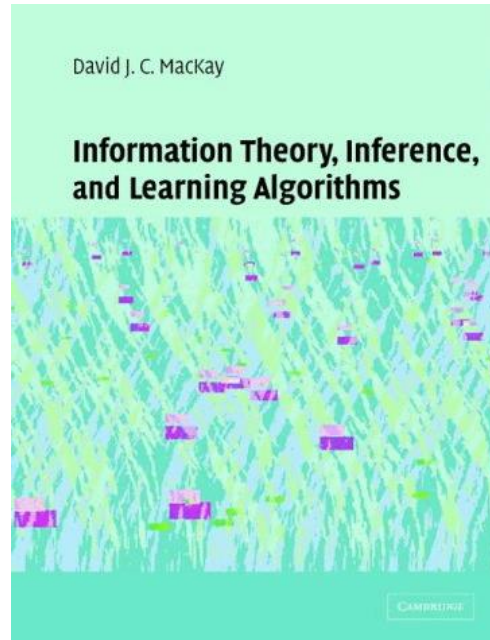
$n = 64$, 10.000.000 permutationer



Algoritmisk indsigt...

- **Matematisk indsigt** (cykler)
- **Resourceforbrug** (antal ombytninger)
- **Nedre grænse** ($\geq n - k$ ombytninger)
- **Grådig algoritme**
- **Analyseret algoritmen** ($\leq n - k$ ombytninger)
- **Optimal algoritme** (argumenteret bedst mulig)
- **Input afhængig resourceforbrug**

Tilfældige permutationer...

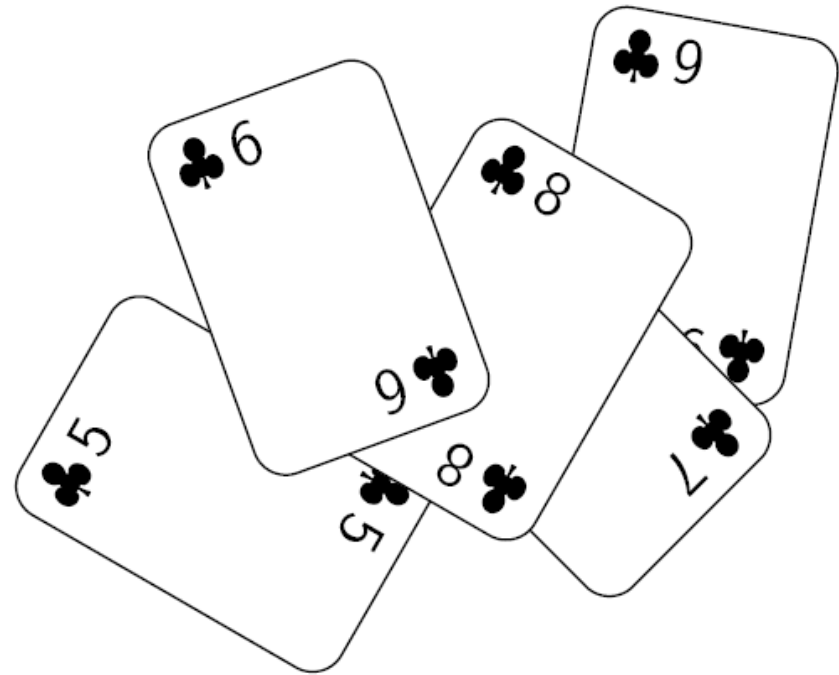


Yderligere information kan findes i David J.C. MacKay, tillæg til *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*, om "Random Permutations", 4 sider.

<http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/itila/cycles.pdf>

SelectionSort

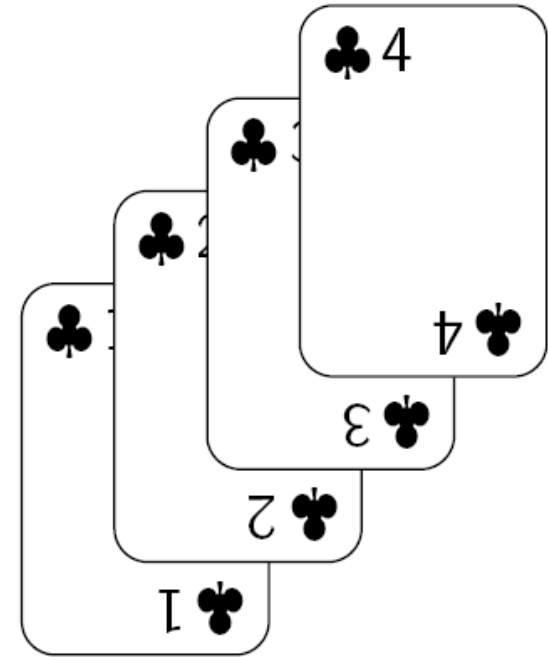
Flyt mindste kort



Usorteret

C

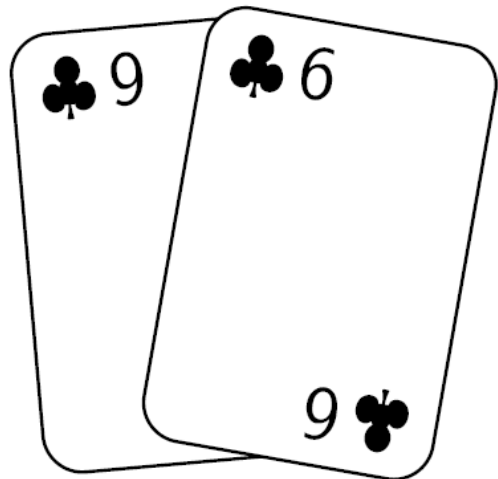
S



Sorteret

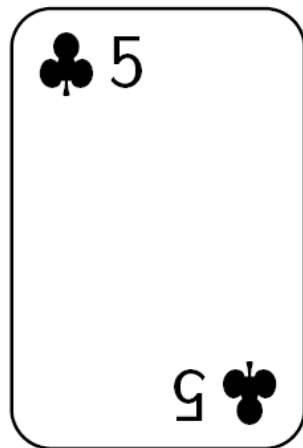
Invariant S sorteret og $C \geq S$

Forkastede



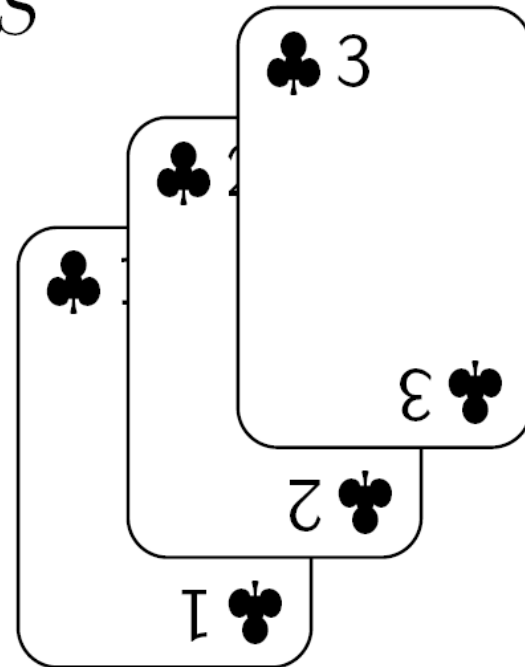
L

Minimum kandidat



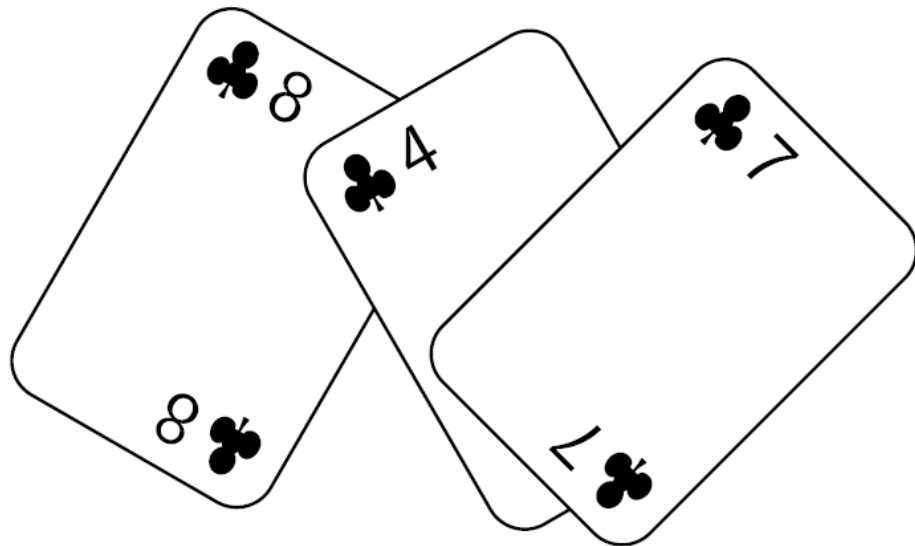
M

S



U

Endnu ikke undersøgt



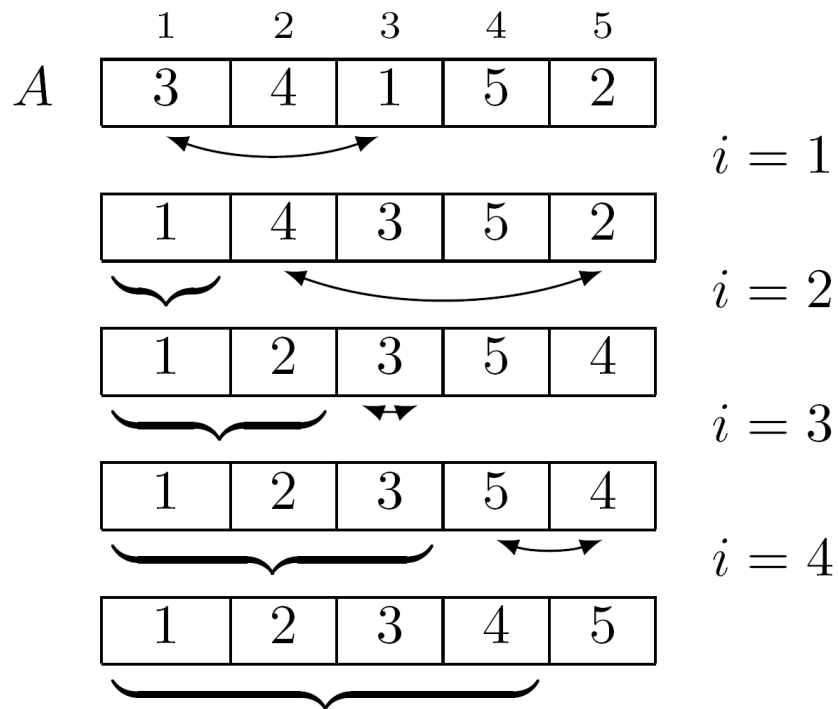
Invariant

S sorteret, $U \cup L \cup M \geq S$, $L \geq M$, $|M| \leq 1$, og $|L| \geq 1 \Rightarrow |M| = 1$

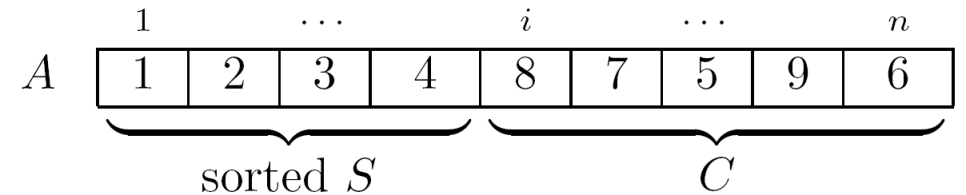
Implicit SelectionSort

Algorithm SELECTIONSORTABSTRACT(A)

- 1 **for** $i = 1$ **to** $|A| - 1$ **do**
- 2 swap $A[i]$ and minimum of $A[i..|A|]$



Invariant



Algorithm SELECTIONSORT(A)

- 1 **for** $i = 1$ **to** $|A| - 1$ **do**
- 2 $k = i$
- 3 **for** $j = i + 1$ **to** $|A|$ **do**
- 4 # $A[k] = \min A[i..j - 1]$
- 5 **if** $A[j] < A[k]$ **then**
- 6 $k = j$
- 7 # $A[k] = \min A[i..|A|]$
- 8 $tmp = A[i]$
- 9 $A[i] = A[k]$
- 10 $A[k] = tmp$

Analyse SelectionSort

Lemma

At finde det mindste kort blandt k kort kræver $k - 1$ sammenligninger

Lemma

SelectionSort på n kort laver $(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = n \cdot (n - 1) / 2$ sammenligninger

$$\begin{aligned} 1 + 2 + \dots + n \\ &= \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

