

## Indhold

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| Asymptotisk notation          | 2   |
| Analyse af løkker             | 7   |
| Indsættelser i søgetræer      | 14  |
| Max-Heap-Insert               | 19  |
| Build-Max-Heap                | 22  |
| Heap-Extract-Max              | 27  |
| Partition                     | 32  |
| Radix-sort                    | 36  |
| Lineær probing                | 39  |
| Kvadratisk probing            | 44  |
| Dobbelt hashing               | 49  |
| Rød-sort træ                  | 54  |
| Indsættelse i rød-sort træer  | 59  |
| Union-find                    | 65  |
| Rekursionsligninger           | 71  |
| BFS                           | 74  |
| Lovlige bredde først træer    | 79  |
| DFS                           | 84  |
| Dijkstras algoritme           | 93  |
| Prims algoritme               | 98  |
| Topologisk sortering          | 103 |
| Stærke sammenhængskomponenter | 108 |
| Amortiseret analyse           | 111 |
| Invarianter                   | 116 |
| Udvidede søgetræer            | 124 |
| Diverse spørgsmål             | 131 |
| Løkke opgaver                 | 137 |

## Asymptotisk notation

### Opgave 1 (6 %)

check

I det følgende angiver log n 2-tals-logaritmen af n.

Ja Nej

- $n \cdot \log n$  er  $O(1)$
- $n^{0.001}$  er  $O(\log n)$
- $n \cdot \log n$  er  $O(\log n)$
- $n \cdot \log n$  er  $O(5^5)$
- $\log n + 5n \cdot \log n$  er  $O(n^3)$
- $\log n$  er  $O(n^2)$
- $n^{0.1}$  er  $O(\log n)$
- $6n^3$  er  $O(\sqrt{n})$
- $(\log n)^3$  er  $O(8^{\log n})$
- $n^{2/3} \cdot n^{1/3}$  er  $\Theta(n^2)$
- $7n \cdot \log n$  er  $\Omega(\log n)$
- $n$  er  $\Theta(n^{2/3} \cdot n^{1/3})$

### Opgave 2 (6 %)

check

I det følgende angiver log n 2-tals-logaritmen af n.

Ja Nej

- $n^2 \log n$  er  $O(3^3)$
- $\log n^2$  er  $O(1)$
- $6\sqrt{n}$  er  $O(n\sqrt{n})$
- $\sqrt{n} + \sqrt{n}$  er  $O(n \cdot \log n)$
- $n \cdot \log n$  er  $O((\log n)^3)$
- $2^n$  er  $O(\sqrt{n} \cdot \log n)$
- $n\sqrt{n}$  er  $O(n^{3/2})$
- $8^{\log n}$  er  $O(n^{2/3})$
- $n \cdot \log n$  er  $O((\log n)^2)$
- $3^n$  er  $\Omega(n^n)$
- $7n \cdot \log n$  er  $\Theta(\log(n!))$
- $\sum_{i=1}^n i$  er  $\Omega(\sqrt{n} \cdot \log n)$

**Opgave 3 (6 %)****check**I det følgende angiver  $\log n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$$2^{\log n} + 5n^n \text{ er } O(\sqrt{n} \cdot \log n)$$

$$n^2 \log n \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$\sqrt{n} \cdot \log n \text{ er } O(n \cdot \log n)$$

$$4n^2 \text{ er } O(n^{0.1})$$

$$n^2 \text{ er } O(\log n^2)$$

$$2^n \text{ er } O(n \cdot \log n)$$

$$n \text{ er } O(\log n)$$

$$2^{3 \log n} \text{ er } O(n \cdot \log n)$$

$$5 \text{ er } O(n \cdot \log n)$$

$$n^{0.01} \text{ er } \Theta(\sqrt{n})$$

$$\sqrt{n} \text{ er } \Omega(\log n^2)$$

$$2^{\log n} \text{ er } \Omega(n^2)$$

**Opgave 4 (6 %)****check**I det følgende angiver  $\log n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$$(\log n)^3 + 2^{3 \log n} \text{ er } O(8^{\log n})$$

$$(\log n)^2 \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$n^2 \text{ er } O(n)$$

$$\sqrt{n} \text{ er } O(n \cdot \log n)$$

$$5 \cdot 2^{3 \log n} \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$(\log n)^6 \text{ er } O(n^2)$$

$$\sqrt{n} \cdot \log n + \sqrt{n} \text{ er } O(1)$$

$$2 \log(n!) \text{ er } O(n)$$

$$2^{2 \log n} \text{ er } O(n^{0.001})$$

$$n^2 \text{ er } \Omega(2^n)$$

$$4n^{1/3} \text{ er } \Theta(n^{1/3})$$

$$n^{0.1} \text{ er } \Theta(\sqrt{n} \cdot \log n)$$

**Opgave 5 (6 %)****check**

I det følgende angiver log n 2-tals-logaritmen af n.

Ja Nej

$$(\log n)^7/5 \text{ er } O(n^{0.01})$$

$$4^{\log n} \text{ er } O(\log(n!))$$

$$(\log n)/7 \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$n^{0.01} \text{ er } O(2^{3 \log n})$$

$$\sqrt{n} \cdot \log n \text{ er } O(n^2)$$

$$7 \cdot 4^{\log n} \text{ er } O((\log n)^3)$$

$$n^2 \text{ er } O(n^{1/3})$$

$$(\log n)^3 + n^2/6 \text{ er } O(\log(n!))$$

$$2^{\log n} + (\log n)^3 \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$3^n \text{ er } \Omega(n^3)$$

$$n \cdot \log n + \log n \text{ er } \Theta(n \cdot \log n)$$

$$\log n^2 \text{ er } \Theta(\log n)$$

**Opgave 6 (6 %)****check**

I det følgende angiver log n 2-tals-logaritmen af n.

Ja Nej

$$\log n \text{ er } O(n)$$

$$3n^{0.001} \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$5n^2 \text{ er } O(n!)$$

$$2^{3 \log n}/5 \text{ er } O(\log n)$$

$$n^2 \text{ er } O(3^n)$$

$$n^{0.1} \text{ er } O(n!)$$

$$3 \cdot 2^{3 \log n} \text{ er } O(\sqrt{n})$$

$$n + n/6 \text{ er } O(n^2)$$

$$\sqrt{n} \cdot \log n \text{ er } O(\log n)$$

$$n^{0.001} + \log n^2 \text{ er } \Omega(n^2 \log n)$$

$$4^{\log n} \text{ er } \Omega(3^n)$$

$$2/7 \text{ er } \Omega(n^{0.001})$$

**Opgave 7 (6 %)****check**I det følgende angiver log  $n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$n^{0.001}/4$  er  $O(8^{\log n})$

$\log(n!)/6$  er  $O(2^{\log n})$

$\sqrt{n}$  er  $O(\log n)$

$n^2 \log n$  er  $O(n^{2/3})$

$\log n$  er  $O((\log n)^4)$

$2^{3 \log n}$  er  $O((\log n)^7)$

$(\log n)^2$  er  $O(n^{2/3})$

$(\log n)^3/2$  er  $O(8^{\log n})$

$n^{2/3}$  er  $O((\log n)^3)$

$n \cdot \log n$  er  $\Omega(\log n)$

$3^3$  er  $\Omega(n^{3/2})$

$n^{3/2}$  er  $\Omega(n^{0.1})$

**Opgave 8 (6 %)****check**I det følgende angiver log  $n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$\log n^2$  er  $O(\sqrt{n})$

$2$  er  $O((\log n)^2)$

$n^{1/3}$  er  $O(\sqrt{n})$

$5^5 + 3 \cdot 2^2$  er  $O(\sum_{i=1}^n i)$

$n + n \cdot \log n$  er  $O(n^2)$

$5\sqrt{n} \cdot \log n$  er  $O(n^2)$

$n$  er  $O(\sqrt{n})$

$(\log n)^3$  er  $O(\sqrt{n})$

$2\sqrt{n}$  er  $O(3^3)$

$\log(n!)$  er  $\Omega(\sqrt{n})$

$6n \cdot \log n$  er  $\Omega(n^{0.001})$

$n!$  er  $\Omega(\sqrt{n})$

**Opgave 9 (6 %)****check**I det følgende angiver log  $n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$\sqrt{n} \cdot (\log n)/6$  er  $O(n \cdot \log n)$

$4(\log n)^3$  er  $O(n^{0.001})$

$\sqrt{n}$  er  $O(n^{0.01})$

$\log n$  er  $O(n^2)$

$\log n + \log(n!)$  er  $O(n^2 \log n)$

$7 \cdot 3^n + \sqrt{n} \cdot \log n$  er  $O(n \cdot \log n)$

$\log(n!) + n^{2/3}$  er  $O(n \cdot \log n)$

$\log n + 5^5$  er  $O(n \cdot \log n)$

$4n^2 + (\log n)^5$  er  $O(n)$

$(\log n)^6/3$  er  $\Theta(n^{0.1})$

$n^2$  er  $\Omega(n^2 \log n)$

$n^{3/2}$  er  $\Theta(\sum_{i=1}^n i)$

**Opgave 10 (6 %)****check**I det følgende angiver log  $n$  2-tals-logaritmen af  $n$ .

Ja Nej

$n^2$  er  $O(\sqrt{n})$

$4 \log n$  er  $O(n \cdot \log n)$

$\log n$  er  $O(n \cdot \log n)$

$n^{1/3}$  er  $O(n^2 \log n)$

$2 \log n$  er  $O(n^{2/3})$

$n \cdot \log n$  er  $O(n\sqrt{n})$

$3n^n$  er  $O(n^2 \log n)$

$n^{2/3}$  er  $O(n^2 \log n)$

$1 + 3$  er  $O((\log n)^3)$

$\log n + n \cdot \log n$  er  $\Theta(n \cdot \log n)$

$n^3$  er  $\Theta(n\sqrt{n})$

$n \cdot \log n$  er  $\Theta(n)$

## Analyse af løkker

Opgave 11 (6 %)

check

**Algoritme** loop1( $n$ )    **Algoritme** loop2( $n$ )

|  |  |
|--|--|
| $s = 0$<br><b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$<br><b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $i * i$<br>$s = s + 1$ | $s = 1$<br><b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$<br><b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $n$<br>$s = s + 1$ |
|--|--|

**Algoritme** loop3( $n$ )    **Algoritme** loop4( $n$ )

|   |   |
|---|---|
| $i = 0$<br>$s = 0$<br><b>while</b> $s \leq n$<br>$i = i + 1$<br>$s = s + i$ | <b>for</b> $i = 0$ <b>to</b> $n$<br>$j = 0$<br>$s = 0$<br><b>while</b> $s \leq i$<br>$j = j + 1$<br>$s = s + j$ |
|---|---|

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n^3)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n\sqrt{n})$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 12 (6 %)****check****Algoritme** loop1( $n$ )

```
s = 1
for i = n to 1 step -1
    s = s + 1
```

**Algoritme** loop2( $n$ )

```
for i = 1 to n
    j = i
    while j > 0
        j = j - 1
```

**Algoritme** loop3( $n$ )

```
s = 0
i = n
while i > 0
    for j = 1 to i
        s = s + 1
    i = i - 1
```

**Algoritme** loop4( $n$ )

```
i = 0
j = 0
while i ≤ n
    if i < j then
        i = i + 1
    else
        j = j + 1
    i = 0
```

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(\log n)$   $\Theta(\sqrt{n})$   $\Theta(n^2)$   $\Theta((\log n)^2)$   $\Theta(n \log n)$   $\Theta(n^2 \cdot \log n)$   $\Theta(n\sqrt{n})$   $\Theta(n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 13 (6 %)****check****Algoritme** loop1( $n$ )

```
s = 1
for i = 1 to n
    s = s + 1
```

**Algoritme** loop2( $n$ )

```
i = 1
while i ≤ n
    i = 2 * i
```

**Algoritme** loop3( $n$ )

```
i = 1
while i * i ≤ n
    i = i + i
```

**Algoritme** loop4( $n$ )

```
i = 1
while i ≤ n
    j = 0
    while j ≤ i
        j = j + 1
    i = 2 * i
```

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n^3)$   $\Theta(\log n)$   $\Theta((\log n)^2)$   $\Theta(\sqrt{n})$   $\Theta(n)$   $\Theta(\frac{\log n}{\log \log n})$   $\Theta(n \log n)$   $\Theta(n^2)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 14 (6 %)****check****Algoritme** loop1( $n$ )   **Algoritme** loop2( $n$ )**for**  $i = 1$  **to**  $n$                        $i = n$   
 $j = i$                                       **while**  $i > 0$   
**while**  $j > 0$                                $i = i - 1$   
 $j = j - 1$ **Algoritme** loop3( $n$ )   **Algoritme** loop4( $n$ ) $i = 1$                                        $i = n$   
**while**  $i \leq n$                               **while**  $i > 0$   
 $j = 1$                                        $j = i$   
**while**  $j \leq i$                               **while**  $j > 0$   
 $j = j + 1$                                        $j = \lfloor j/2 \rfloor$   
 $i = i + 1$                                        $i = \lfloor i/2 \rfloor$ Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation. $\Theta(n^2 \cdot \log n)$     $\Theta(\sqrt[3]{n})$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 15 (6 %)****check****Algoritme** loop1( $n$ )    **Algoritme** loop2( $n$ )
$$\begin{array}{ll} s = 1 & s = 1 \\ \textbf{while } s \leq n & \textbf{for } i = n \text{ to } 1 \text{ step } -1 \\ & \quad \textbf{for } j = n \text{ to } 1 \text{ step } -1 \\ & \quad \quad s = s + 1 \\ & \quad \quad \quad s = s + 1 \end{array}$$
**Algoritme** loop3( $n$ )    **Algoritme** loop4( $n$ )
$$\begin{array}{ll} i = 1 & i = 1 \\ \textbf{while } i \leq n * n & j = 1 \\ & \quad s = 0 \\ & \quad \textbf{while } i \leq n \\ & \quad \quad \textbf{if } i = j \text{ then} \\ & \quad \quad \quad \textbf{for } k = 1 \text{ to } n \\ & \quad \quad \quad \quad s = s + 1 \\ & \quad \quad \quad \quad j = 2 * j \\ & \quad \quad \quad \quad i = i + 1 \end{array}$$

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

 $\Theta(n \log n) \quad \Theta((\log n)^2) \quad \Theta(\frac{\log n}{\log \log n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(n^2 \cdot \log n)$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 16 (6 %)****check**

**Algoritme** loop1( $n$ )  
 $s = 0$   
**for**  $i = 1$  **to**  $n$   
  **for**  $j = 1$  **to**  $n$   
    **for**  $k = 1$  **to**  $n$   
       $s = s + 1$

**Algoritme** loop3( $n$ )  
 $s = 0$   
 $i = 1$   
**while**  $s \leq n$   
   $s = s + i$   
   $i = i + 1$

**Algoritme** loop2( $n$ )  
 $i = n$   
**while**  $i > 0$   
   $i = i - 1$

**Algoritme** loop4( $n$ )  
**for**  $i = 1$  **to**  $n$   
  **for**  $j = 1$  **to**  $i$   
     $k = 1$   
    **while**  $k \leq i + j$   
       $k = 2 * k$

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n^2 \cdot \log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n^3)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n)$     $\Theta(\log n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 17 (6 %)****check**

**Algoritme** loop1( $n$ )  
 $s = 1$   
**for**  $i = n$  **to** 1 **step**  $-1$   
  **for**  $j = n$  **to** 1 **step**  $-1$   
     $s = s + 1$

**Algoritme** loop3( $n$ )  
 $i = 1$   
**while**  $i * i \leq n$   
   $i = i + i$

**Algoritme** loop2( $n$ )  
**for**  $i = 1$  **to**  $n$   
   $j = i$   
**while**  $j > 0$   
   $j = j - 1$

**Algoritme** loop4( $n$ )  
**for**  $i = 1$  **to**  $n$   
   $j = 0$   
**while**  $j \leq n$   
   $j = j + i$

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n\sqrt{n})$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(\log \log n)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 18 (6 %)****check**

|                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| <b>Algoritme</b> loop1( $n$ )        | <b>Algoritme</b> loop2( $n$ )    |
| $s = 0$                              | $s = 0$                          |
| <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$     | <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ |
| <b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $i * i$ | <b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $n$ |
| $s = s + 1$                          | <b>for</b> $k = 1$ <b>to</b> $n$ |
|                                      | $s = s + 1$                      |

|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| <b>Algoritme</b> loop3( $n$ ) | <b>Algoritme</b> loop4( $n$ ) |
| $i = 1$                       | $i = n$                       |
| <b>while</b> $i \leq n$       | <b>while</b> $i > 0$          |
| $j = 1$                       | $j = i$                       |
| <b>while</b> $j \leq n$       | <b>while</b> $j > 0$          |
| $j = 2 * j$                   | $j = \lfloor j/2 \rfloor$     |
| $i = 2 * i$                   | $i = \lfloor i/2 \rfloor$     |

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(\log n)$   $\Theta((\log n)^2)$   $\Theta(\sqrt{n})$   $\Theta(n^2)$   $\Theta(n)$   $\Theta(n \log n)$   $\Theta(\frac{\log n}{\log \log n})$   $\Theta(n^3)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 19 (6 %)****check**

|                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <b>Algoritme</b> loop1( $n$ )    | <b>Algoritme</b> loop2( $n$ )    |
| <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ | $s = 1$                          |
| $j = i$                          | <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ |
| <b>while</b> $j > 0$             | <b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $n$ |
| $j = j - 1$                      | $s = s + 1$                      |

|                               |                                 |
|-------------------------------|---------------------------------|
| <b>Algoritme</b> loop3( $n$ ) | <b>Algoritme</b> loop4( $n$ )   |
| $i = 1$                       | $i = n$                         |
| <b>while</b> $i * i \leq n$   | <b>while</b> $i > 0$            |
| $i = i + i$                   | <b>if</b> $i$ ulige <b>then</b> |
|                               | $i = i - 1$                     |
|                               | <b>else</b>                     |
|                               | $i = i/2$                       |

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(\sqrt{n})$   $\Theta(\log \log n)$   $\Theta(n)$   $\Theta(n \log n)$   $\Theta(\log n)$   $\Theta((\log n)^2)$   $\Theta(n^3)$   $\Theta(n^2)$

loop1

loop2

loop3

loop4

**Opgave 20 (6 %)****check****Algoritme** loop1( $n$ )    **Algoritme** loop2( $n$ )
$$\begin{array}{ll} s = 0 & s = 1 \\ \textbf{for } i = 1 \textbf{ to } n & \textbf{for } i = 1 \textbf{ to } n \\ \quad \textbf{for } j = 1 \textbf{ to } i * i & \quad \textbf{for } j = 1 \textbf{ to } n \\ \quad \quad s = s + 1 & \quad \quad s = s + 1 \end{array}$$
**Algoritme** loop3( $n$ )    **Algoritme** loop4( $n$ )
$$\begin{array}{ll} i = 1 & i = 1 \\ \textbf{while } i * i \leq n & \textbf{while } i \leq n \\ \quad i = i + i & \quad j = 0 \\ & \quad \textbf{while } j \leq i \\ & \quad \quad j = j + 1 \\ & \quad i = 2 * i \end{array}$$
Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation. $\Theta((\log n)^2) \quad \Theta(n^3) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(\frac{\log n}{\log \log n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(\sqrt{n})$ 

loop1

loop2

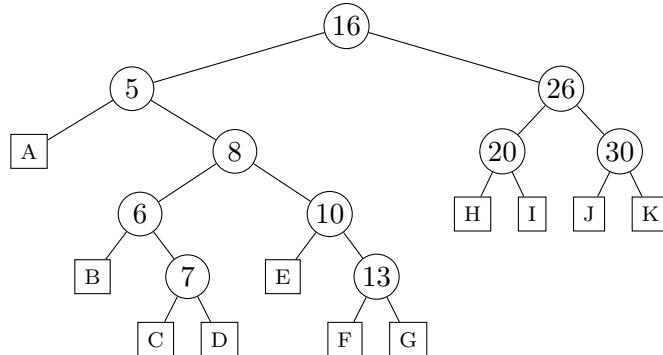
loop3

loop4

## Indsættelser i søgeræer

Opgave 21 (4 %)

**check**



Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgeræe elementerne 12, 25, 11, 14 og 29 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A   B   C   D   E   F   G   H   I   J   K

INSERT(12)

INSERT(25)

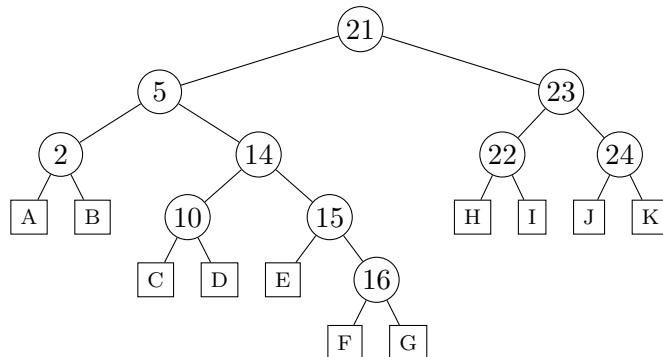
INSERT(11)

INSERT(14)

INSERT(29)

Opgave 22 (4 %)

**check**



Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgeræe elementerne 1, 12, 9, 3 og 7 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A   B   C   D   E   F   G   H   I   J   K

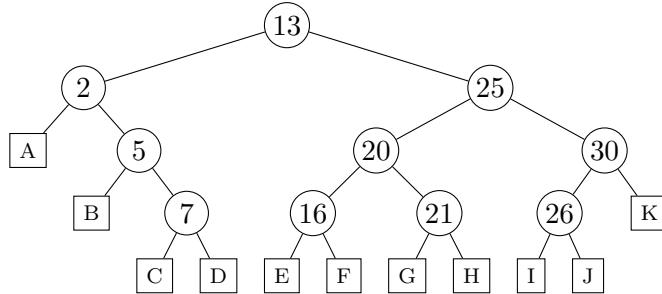
INSERT(1)

INSERT(12)

INSERT(9)

INSERT(3)

INSERT(7)

**Opgave 23 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 17, 18, 29, 23 og 27 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

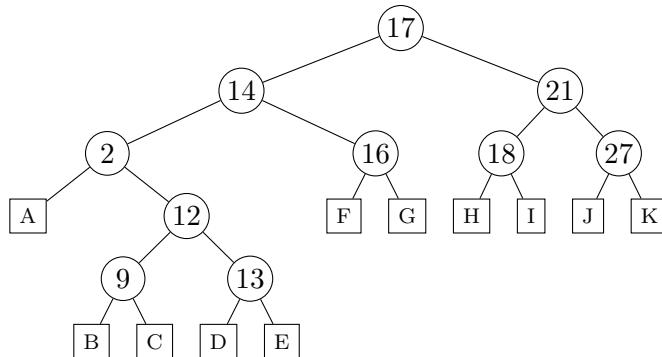
INSERT(17)

INSERT(18)

INSERT(29)

INSERT(23)

INSERT(27)

**Opgave 24 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 22, 3, 26, 24 og 1 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

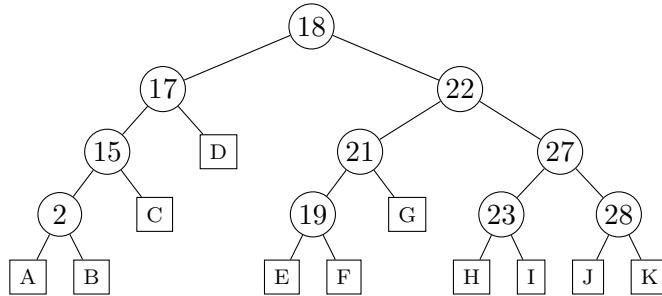
INSERT(22)

INSERT(3)

INSERT(26)

INSERT(24)

INSERT(1)

**Opgave 25 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 7, 29, 8, 4 og 6 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

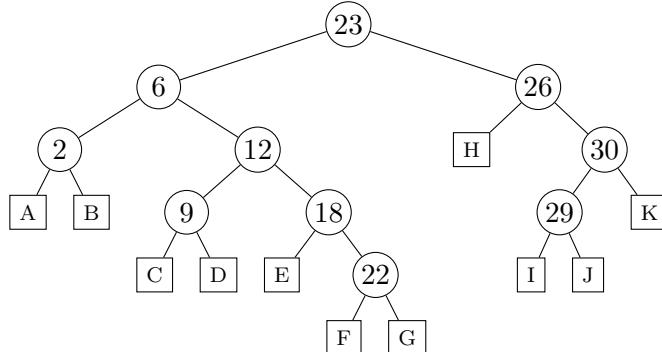
INSERT(7)

INSERT(29)

INSERT(8)

INSERT(4)

INSERT(6)

**Opgave 26 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 31, 16, 4, 20 og 19 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

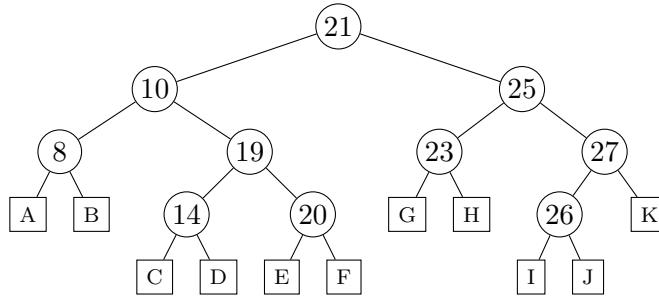
INSERT(31)

INSERT(16)

INSERT(4)

INSERT(20)

INSERT(19)

**Opgave 27 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 15, 11, 13, 16 og 7 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

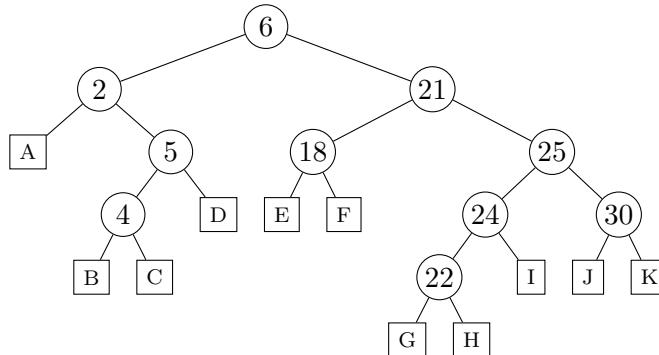
INSERT(15)

INSERT(11)

INSERT(13)

INSERT(16)

INSERT(7)

**Opgave 28 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancede binære søgetræ elementerne 15, 3, 10, 16 og 12 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

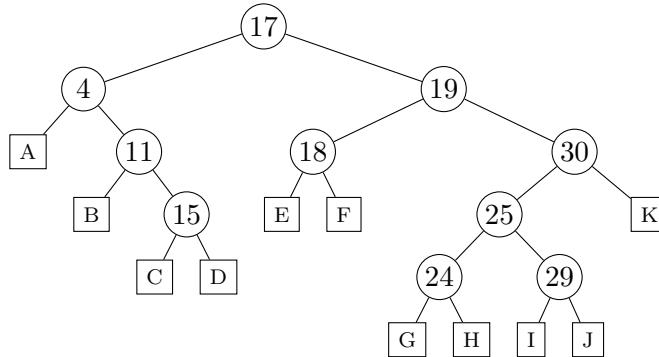
INSERT(15)

INSERT(3)

INSERT(10)

INSERT(16)

INSERT(12)

**Opgave 29 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancerede binære søgetræe elementerne 14, 26, 23, 16 og 6 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

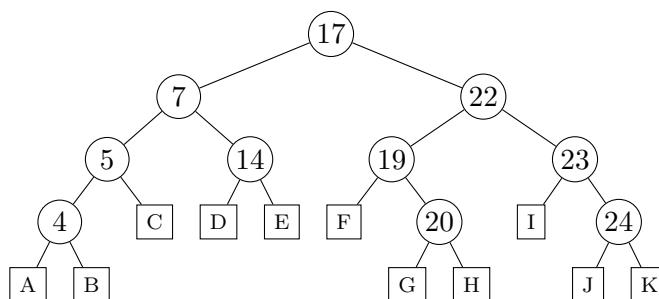
INSERT(14)

INSERT(26)

INSERT(23)

INSERT(16)

INSERT(6)

**Opgave 30 (4 %)****check**

Angiv i hvilke blade A–K i ovenstående ubalancerede binære søgetræe elementerne 13, 16, 8, 10 og 15 skal indsættes (det antages at før hver indsættelse indeholder træet kun ovenstående ti elementer).

A B C D E F G H I J K

INSERT(13)

INSERT(16)

INSERT(8)

INSERT(10)

INSERT(15)

## Max-Heap-Insert

### Opgave 31 (4 %)

check

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 4, 7, 11, 3, 13, 9 og 5 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |   |    |   |   |
|----|----|----|---|----|---|---|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 13 | 7  | 11 | 3 | 4  | 9 | 5 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 13 | 11 | 9  | 3 | 4  | 7 | 5 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 4  | 7  | 11 | 3 | 13 | 9 | 5 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 13 | 11 | 9  | 7 | 5  | 4 | 3 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 |
| 11 | 13 | 9  | 3 | 7  | 4 | 5 |

### Opgave 32 (4 %)

check

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 6, 7, 12, 11, 9, 10 og 13 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |    |   |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 6  | 7  | 12 | 11 | 9 | 10 | 13 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 11 | 12 | 7  | 9 | 10 | 6  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 7  | 6  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 12 | 11 | 13 | 7  | 9 | 10 | 6  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 11 | 12 | 6  | 9 | 7  | 10 |

### Opgave 33 (4 %)

check

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 13, 4, 5, 6, 14, 3 og 10 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |   |    |   |    |
|----|----|----|---|----|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  |
| 14 | 13 | 10 | 6 | 5  | 4 | 3  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  |
| 14 | 13 | 10 | 4 | 6  | 3 | 5  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  |
| 14 | 13 | 10 | 6 | 4  | 3 | 5  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  |
| 13 | 4  | 5  | 6 | 14 | 3 | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  |
| 13 | 14 | 10 | 6 | 4  | 3 | 5  |

**Opgave 34 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 5, 7, 8, 14, 2, 4 og 9 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |   |    |   |   |   |
|----|----|---|----|---|---|---|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 5  | 7  | 8 | 14 | 2 | 4 | 9 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 7  | 9 | 5  | 2 | 4 | 8 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 9  | 8 | 7  | 5 | 4 | 2 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 8  | 9 | 5  | 2 | 4 | 7 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 8  | 14 | 9 | 7  | 2 | 4 | 5 |

**Opgave 35 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 4, 2, 11, 14, 6, 5 og 8 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |    |   |   |   |
|----|----|----|----|---|---|---|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 11 | 8  | 6  | 5 | 4 | 2 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 4  | 2  | 11 | 14 | 6 | 5 | 8 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 6  | 11 | 2  | 4 | 5 | 8 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 14 | 11 | 8  | 2  | 6 | 4 | 5 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 |
| 11 | 14 | 8  | 2  | 6 | 5 | 4 |

**Opgave 36 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 4, 3, 7, 8, 5, 10 og 11 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |   |   |    |    |
|----|----|----|---|---|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  |
| 11 | 7  | 10 | 3 | 5 | 4  | 8  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  |
| 11 | 10 | 8  | 7 | 5 | 4  | 3  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  |
| 4  | 3  | 7  | 8 | 5 | 10 | 11 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  |
| 11 | 8  | 10 | 3 | 5 | 4  | 7  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  |
| 7  | 8  | 11 | 3 | 5 | 10 | 4  |

**Opgave 37 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 8, 9, 10, 13, 6, 5 og 12 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |    |   |   |    |
|----|----|----|----|---|---|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7  |
| 13 | 10 | 12 | 8  | 6 | 5 | 9  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7  |
| 13 | 9  | 12 | 8  | 6 | 5 | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7  |
| 8  | 9  | 10 | 13 | 6 | 5 | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7  |
| 13 | 12 | 10 | 9  | 8 | 6 | 5  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6 | 7  |
| 10 | 13 | 12 | 9  | 6 | 5 | 8  |

**Opgave 38 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 2, 6, 1, 4, 7, 9 og 14 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |   |    |   |   |   |    |
|----|---|----|---|---|---|----|
| 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 2  | 6 | 1  | 4 | 7 | 9 | 14 |
| 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 14 | 6 | 9  | 2 | 4 | 1 | 7  |
| 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 14 | 9 | 7  | 6 | 4 | 2 | 1  |
| 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 6  | 7 | 14 | 4 | 2 | 9 | 1  |
| 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 14 | 7 | 9  | 4 | 6 | 2 | 1  |

**Opgave 39 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 1, 10, 9, 8, 11, 14 og 3 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |   |    |    |   |
|----|----|----|---|----|----|---|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7 |
| 1  | 10 | 9  | 8 | 11 | 14 | 3 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7 |
| 14 | 10 | 11 | 1 | 8  | 9  | 3 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7 |
| 14 | 11 | 9  | 8 | 10 | 1  | 3 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7 |
| 10 | 11 | 14 | 8 | 1  | 9  | 3 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7 |
| 14 | 11 | 10 | 9 | 8  | 3  | 1 |

**Opgave 40 (4 %)****check**

Angiv den binære max-heap efter indsættelse af elementerne 11, 12, 9, 2, 4, 13 og 10 i den givne rækkefølge med MAX-HEAP-INSERT, startende med den tomme heap.

|    |    |    |    |   |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 12 | 11 | 2  | 4 | 9  | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 12 | 11 | 13 | 2  | 4 | 9  | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 11 | 12 | 2  | 4 | 9  | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 4  | 2  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 11 | 12 | 9  | 2  | 4 | 13 | 10 |

**Build-Max-Heap****Opgave 41 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 6 | 5 | 8 | 9 | 3 | 4 | 1 | 2 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 9 | 5 | 8 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 7 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 6 | 7 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Opgave 42 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 3 | 1 | 5 | 2 | 8 | 4 | 6 | 7 | 9 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 6 | 7 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 | 1 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5 | 8 | 6 | 9 | 1 | 4 | 3 | 7 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Opgave 43 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 8 | 5 | 9 | 3 | 4 | 2 | 6 | 7 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 8 | 9 | 5 | 7 | 3 | 4 | 2 | 6 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 7 | 3 | 4 | 2 | 6 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 7 | 3 | 4 | 2 | 1 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Opgave 44 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 6 | 7 | 1 | 8 | 3 | 4 | 9 | 2 | 5 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 7 | 8 | 6 | 3 | 1 | 4 | 2 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 8 | 9 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 6 | 7 | 3 | 4 | 1 | 2 | 5 |

**Opgave 45 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5 | 6 | 7 | 4 | 2 | 9 | 8 | 1 | 3 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 6 | 9 | 4 | 2 | 5 | 8 | 1 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 5 | 8 | 4 | 2 | 6 | 7 | 1 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 6 | 8 | 4 | 2 | 7 | 5 | 1 | 3 |

**Opgave 46 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 3 | 9 | 4 | 2 | 6 | 1 | 8 | 5 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 5 | 2 | 6 | 1 | 4 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 4 | 7 | 8 | 2 | 6 | 1 | 3 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 5 | 2 | 6 | 1 | 3 | 4 |

**Opgave 47 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 8 | 1 | 2 | 7 | 3 | 6 | 9 | 5 | 4 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 8 | 7 | 9 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 7 | 8 | 5 | 3 | 2 | 6 | 1 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 7 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 | 4 |

**Opgave 48 (4 %)****check**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 | 6 | 3 | 5 | 4 | 8 | 9 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 7 | 3 | 2 | 4 | 1 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 7 | 6 | 5 | 9 | 3 | 1 | 4 | 8 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

**Opgave 49 (4 %)****check**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 1 | 7 | 2 | 5 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 5 | 4 | 1 | 6 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 6 | 9 | 7 | 8 | 4 | 1 | 3 | 2 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 5 | 6 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Opgave 50 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 5 | 6 | 7 | 9 | 3 | 4 | 1 | 8 |

Hvad er resultatet af BUILD-MAX-HEAP på ovenstående array ?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 6 | 7 | 5 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 5 | 7 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 6 | 9 | 4 | 8 | 5 | 3 | 2 | 1 | 7 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

**Heap-Extract-Max****Opgave 51 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 26 | 24 | 20 | 22 | 15 | 16 | 4 | 7 | 11 | 2  | 3  | 13 | 12 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 24 | 22 | 20 | 11 | 15 | 16 | 4 | 7  | 2  | 3  | 13 | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 24 | 22 | 20 | 12 | 15 | 16 | 4 | 7  | 11 | 2  | 3  | 13 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 24 | 22 | 20 | 11 | 15 | 16 | 4 | 7  | 12 | 2  | 3  | 13 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 24 | 22 | 20 | 11 | 15 | 16 | 4 | 7  |    | 2  | 3  | 13 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 24 | 20 | 22 | 15 | 16 | 12 | 7 | 11 | 2  | 3  | 13 | 4  |

**Opgave 52 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 24 | 23 | 21 | 18 | 22 | 19 | 7 | 4 | 13 | 6  | 11 | 17 | 16 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 21 | 18 | 16 | 19 | 7 | 4  | 13 | 6  | 11 | 17 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 21 | 18 | 11 | 19 | 7 | 4  | 13 | 6  |    | 17 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 21 | 18 | 11 | 19 | 7 | 4  | 13 | 6  | 17 | 16 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 21 | 18 | 11 | 19 | 7 | 4  | 13 | 6  | 16 | 17 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 18 | 21 | 19 | 16 | 4 | 13 | 6  | 11 | 17 | 7  |

**Opgave 53 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |   |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|---|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 23 | 21 | 19 | 18 | 14 | 9 | 13 | 3 | 5 | 6  | 12 | 8  | 7  |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21 | 18 | 19 | 7  | 14 | 9  | 13 | 3 | 5 | 6  | 12 | 8  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21 | 19 | 18 | 14 | 12 | 13 | 3  | 5 | 6 | 9  | 8  | 7  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21 | 18 | 19 | 5  | 14 | 9  | 13 | 3 |   | 6  | 12 | 8  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21 | 18 | 19 | 5  | 14 | 9  | 13 | 3 | 7 | 6  | 12 | 8  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21 | 18 | 19 | 5  | 14 | 9  | 13 | 3 | 6 | 12 | 8  | 7  |

**Opgave 54 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 26 | 25 | 23 | 16 | 22 | 21 | 17 | 10 | 8 | 13 | 14 | 6  | 18 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 25 | 22 | 23 | 16 | 14 | 21 | 17 | 10 | 8  | 13 |    | 6  | 18 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 25 | 22 | 23 | 16 | 14 | 21 | 17 | 10 | 8  | 13 | 6  | 18 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 25 | 22 | 23 | 16 | 14 | 21 | 17 | 10 | 8  | 13 | 18 | 6  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 25 | 23 | 18 | 22 | 21 | 17 | 10 | 8  | 13 | 14 | 6  | 16 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 25 | 22 | 23 | 16 | 18 | 21 | 17 | 10 | 8  | 13 | 14 | 6  |    |

**Opgave 55 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 25 | 24 | 20 | 21 | 17 | 18 | 13 | 2 | 1 | 7  | 8  | 16 | 12 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 20 | 21 | 17 | 18 | 13 | 2  | 1  | 7 | 8  | 16 | 12 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 21 | 20 | 12 | 17 | 18 | 13 | 2  | 1 | 7  | 8  | 16 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 21 | 20 | 2  | 17 | 18 | 13 |    | 1 | 7  | 8  | 16 | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 21 | 20 | 2  | 17 | 18 | 13 | 1  | 7 | 8  | 16 | 12 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 21 | 20 | 2  | 17 | 18 | 13 | 12 | 1 | 7  | 8  | 16 |    |

**Opgave 56 (4 %)****check**

|    |    |    |   |   |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|---|---|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 26 | 23 | 22 | 6 | 7 | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  | 5  | 9  | 12 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |   |    |    |    |   |   |    |    |    |
|----|----|----|---|----|----|----|---|---|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 22 | 13 | 7 | 18 | 12 | 3  | 2 | 4 | 5  | 9  | 6  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 7  | 22 | 6 | 5  | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  | 12 | 9  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 7  | 22 | 6 | 5  | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  | 9  | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 12 | 22 | 6 | 7  | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  | 5  | 9  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 7  | 22 | 6 | 5  | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  |    | 9  |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 23 | 7  | 22 | 6 | 5  | 18 | 13 | 3 | 2 | 4  |    | 12 |

**Opgave 57 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |   |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 26 | 25 | 24 | 19 | 18 | 16 | 6 | 4 | 8 | 10 | 13 | 1  | 15 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 25 | 19 | 24 | 8  | 18 | 16 | 6 | 4 | 10 | 13 | 1  | 15 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 25 | 24 | 19 | 18 | 16 | 15 | 4 | 8 | 10 | 13 | 1  | 6  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 25 | 19 | 24 | 8  | 18 | 16 | 6 | 4 |    | 10 | 13 | 1  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 25 | 19 | 24 | 15 | 18 | 16 | 6 | 4 | 8  | 10 | 13 | 1  |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 25 | 19 | 24 | 8  | 18 | 16 | 6 | 4 | 15 | 10 | 13 | 1  |

**Opgave 58 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 25 | 23 | 17 | 20 | 19 | 14 | 12 | 7 | 1 | 9  | 2  | 4  | 10 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 20 | 17 | 7  | 19 | 14 | 12 | 1  | 9 | 2  | 4  | 10 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 20 | 17 | 10 | 19 | 14 | 12 | 7  | 1 | 9  | 2  | 4  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 19 | 20 | 17 | 14 | 12 | 7  | 1  | 9 | 2  | 4  | 10 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 23 | 20 | 17 | 7  | 19 | 14 | 12 |    | 1 | 9  | 2  | 4  | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 20 | 17 | 7  | 19 | 14 | 12 | 10 | 1 | 9  | 2  | 4  |    |

**Opgave 59 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |   |    |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 26 | 24 | 18 | 17 | 19 | 14 | 3 | 15 | 2 | 10 | 5  | 4  | 13 |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 19 | 18 | 17 | 13 | 14 | 3  | 15 | 2  | 10 | 5  | 4  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 24 | 19 | 18 | 17 | 10 | 14 | 3  | 15 | 2  |    | 5  | 4  | 13 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 19 | 18 | 17 | 10 | 14 | 3  | 15 | 2  | 5  | 4  | 13 |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 19 | 17 | 18 | 14 | 13 | 15 | 2  | 10 | 5  | 4  | 3  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |    |
| 24 | 19 | 18 | 17 | 10 | 14 | 3  | 15 | 2  | 13 | 5  | 4  |    |

**Opgave 60 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 25 | 23 | 15 | 22 | 16 | 13 | 10 | 1 | 5 | 3  | 9  | 7  | 6  |

Hvad er resultatet af HEAP-EXTRACT-MAX på ovenstående max-heap ?

|    |    |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 22 | 15 | 5  | 16 | 13 | 10 | 1 | 3 | 9  | 7  | 6  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 16 | 22 | 15 | 13 | 10 | 1  | 5 | 3 | 9  | 7  | 6  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 22 | 15 | 6  | 16 | 13 | 10 | 1 | 5 | 3  | 9  | 7  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |    |
| 23 | 22 | 15 | 5  | 16 | 13 | 10 | 1 | 6 | 3  | 9  | 7  |    |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 23 | 22 | 15 | 5  | 16 | 13 | 10 | 1 |   | 3  | 9  | 7  | 6  |

**Partition****Opgave 61 (4 %)****check**

|    |   |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 28 | 6 | 12 | 16 | 15 | 27 | 13 | 5 | 21 | 25 | 1  | 19 | 2  | 17 | 10 |

Angiv resultatet af at anvende PARTITION( $A, 2, 12$ ) på ovenstående array  $A$ .

|    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 28 | 6 | 12 | 16 | 15 | 13 | 5  | 1  | 19 | 27 | 21 | 25 | 2  | 17 | 10 |
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1  | 2 | 5  | 6  | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 | 19 | 21 | 25 | 27 | 28 |
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 28 | 6 | 12 | 16 | 15 | 13 | 5  | 1  | 19 | 25 | 27 | 21 | 2  | 17 | 10 |
| 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 28 | 1 | 5  | 6  | 12 | 13 | 15 | 16 | 19 | 21 | 25 | 27 | 2  | 17 | 10 |

**Opgave 62 (4 %)****check**

|    |    |   |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 11 | 19 | 6 | 30 | 15 | 25 | 10 | 8 | 28 | 1  | 24 | 29 | 22 | 17 | 12 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 4, 14)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 11 | 19 | 6 | 15 | 10 | 8  | 1  | 17 | 28 | 30 | 24 | 29 | 22 | 25 | 12 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 11 | 19 | 6 | 15 | 10 | 8  | 1  | 17 | 30 | 25 | 28 | 24 | 29 | 22 | 12 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1  | 6  | 8 | 10 | 11 | 12 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 25 | 28 | 29 | 30 |
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 11 | 19 | 6 | 1  | 8  | 10 | 15 | 17 | 22 | 24 | 25 | 28 | 29 | 30 | 12 |

**Opgave 63 (4 %)****check**

|    |    |   |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 23 | 17 | 2 | 25 | 27 | 30 | 7 | 10 | 26 | 11 | 4  | 24 | 9  | 29 | 16 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 3, 13)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |    |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 23 | 17 | 2 | 7 | 4  | 9  | 25 | 27 | 30 | 10 | 26 | 11 | 24 | 29 | 16 |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 2  | 4  | 7 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 29 | 30 |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 23 | 17 | 2 | 7 | 4  | 9  | 25 | 10 | 26 | 11 | 27 | 24 | 30 | 29 | 16 |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 23 | 17 | 2 | 4 | 7  | 9  | 10 | 11 | 24 | 25 | 26 | 27 | 30 | 29 | 16 |

**Opgave 64 (4 %)****check**

|    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 14 | 12 | 11 | 18 | 22 | 25 | 10 | 7 | 13 | 24 | 1  | 5  | 3  | 9  |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 3, 14)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |    |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 14 | 1 | 3 | 5  | 7  | 10 | 11 | 12 | 13 | 18 | 22 | 24 | 25 | 9  |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1  | 3  | 5 | 7 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | 18 | 22 | 24 | 25 |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 14 | 1 | 3 | 12 | 11 | 18 | 22 | 25 | 10 | 7  | 13 | 24 | 5  | 9  |
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 14 | 1 | 3 | 18 | 22 | 25 | 10 | 7  | 13 | 24 | 12 | 5  | 11 | 9  |

**Opgave 65 (4 %)****check**

|    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 17 | 27 | 28 | 22 | 6 | 13 | 30 | 20 | 19 | 23 | 24 | 21 | 25 | 29 | 12 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 2, 13)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 17 | 6  | 13 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 27 | 28 | 30 | 29 | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 17 | 22 | 6  | 13 | 20 | 19 | 23 | 24 | 21 | 25 | 28 | 27 | 30 | 29 | 12 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6  | 12 | 13 | 17 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 17 | 22 | 6  | 13 | 20 | 19 | 23 | 24 | 21 | 25 | 27 | 28 | 30 | 29 | 12 |

**Opgave 66 (4 %)****check**

|    |    |   |   |    |    |    |   |   |    |    |    |    |    |    |
|----|----|---|---|----|----|----|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 11 | 9 | 5 | 27 | 24 | 20 | 4 | 2 | 19 | 23 | 22 | 8  | 29 | 21 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 2, 13)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 5 | 4 | 2 | 8 | 24 | 20 | 9  | 11 | 19 | 23 | 22 | 27 | 29 | 21 |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 2  | 4 | 5 | 8 | 9 | 11 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 27 | 29 | 30 |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9  | 11 | 19 | 20 | 22 | 23 | 24 | 27 | 29 | 21 |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 5 | 4 | 2 | 8 | 11 | 9  | 27 | 24 | 20 | 19 | 23 | 22 | 29 | 21 |

**Opgave 67 (4 %)****check**

|   |    |    |    |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6 | 20 | 11 | 17 | 3 | 12 | 1 | 22 | 19 | 8  | 21 | 23 | 9  | 13 | 18 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 3, 14)$  på ovenstående array  $A$ .

|   |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6 | 20 | 11 | 3 | 12 | 1  | 8  | 9  | 13 | 17 | 21 | 23 | 22 | 19 | 18 |
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6 | 20 | 1  | 3 | 8  | 9  | 11 | 12 | 13 | 17 | 19 | 21 | 22 | 23 | 18 |
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | 3  | 6  | 8 | 9  | 11 | 12 | 13 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 6 | 20 | 11 | 3 | 12 | 1  | 8  | 9  | 13 | 17 | 22 | 19 | 21 | 23 | 18 |

**Opgave 68 (4 %)****check**

|   |    |   |    |    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|---|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 22 | 5 | 30 | 12 | 11 | 26 | 4 | 10 | 18 | 14 | 16 | 13 | 1  | 9  |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 2, 12)$  på ovenstående array  $A$ .

|   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | 4 | 5  | 7  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | 18 | 22 | 26 | 30 |
| 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 4 | 5  | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 18 | 22 | 26 | 30 | 13 | 1  | 9  |
| 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 5 | 12 | 11 | 4  | 10 | 14 | 16 | 30 | 18 | 26 | 22 | 13 | 1  | 9  |
| 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 5 | 12 | 11 | 4  | 10 | 14 | 16 | 22 | 30 | 26 | 18 | 13 | 1  | 9  |

**Opgave 69 (4 %)****check**

|   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 9 | 16 | 22 | 30 | 12 | 20 | 17 | 15 | 29 | 4  | 8  | 5  | 27 | 24 | 23 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 2, 14)$  på ovenstående array  $A$ .

|   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 4 | 5  | 8  | 9  | 12 | 15 | 16 | 17 | 20 | 22 | 23 | 24 | 27 | 29 | 30 |
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 9 | 16 | 22 | 12 | 20 | 17 | 15 | 4  | 8  | 5  | 24 | 30 | 27 | 29 | 23 |
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 9 | 16 | 22 | 12 | 20 | 17 | 15 | 4  | 8  | 5  | 24 | 30 | 29 | 27 | 23 |
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 9 | 4  | 5  | 8  | 12 | 15 | 16 | 17 | 20 | 22 | 24 | 27 | 29 | 30 | 23 |

**Opgave 70 (4 %)****check**

|    |    |    |   |    |   |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|---|----|---|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |    |
| 30 | 17 | 18 | 7 | 27 | 5 | 14 | 8 | 16 | 10 | 25 | 27 | 29 | 3  | 15 | 28 |

Angiv resultatet af at anvende  $\text{PARTITION}(A, 4, 12)$  på ovenstående array  $A$ .

|    |    |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 17 | 18 | 7 | 5  | 14 | 8  | 16 | 10 | 25 | 27 | 29 | 3  | 15 | 28 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 17 | 18 | 5 | 7  | 8  | 10 | 14 | 16 | 25 | 27 | 29 | 3  | 15 | 28 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 3  | 5  | 7  | 8 | 10 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 25 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 1  | 2  | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 30 | 17 | 18 | 7 | 5  | 14 | 8  | 16 | 10 | 25 | 29 | 27 | 3  | 15 | 28 |

## Radix-sort

Opgave 71 (4 %)

check

3441    0022    2322    2041    2022    2120

Betragt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

2120    0022    2322    2022    3441    2041  
2120    3441    2041    0022    2322    2022  
2120    0022    2022    2322    2041    3441  
0022    2041    2022    2120    2322    3441  
0022    2022    2041    2120    2322    3441

Opgave 72 (4 %)

check

0412    0040    1040    1212    0240    0011

Betragt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

0011    0412    1212    0040    0240    1040  
0011    0040    0240    0412    1040    1212  
0011    0412    1212    0040    1040    0240  
0040    1040    0240    0011    0412    1212  
0040    0011    0240    0412    1040    1212

Opgave 73 (4 %)

check

4034    1434    3220    3411    1420    4311

Betragt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

1420    1434    3220    3411    4034    4311  
3411    4311    3220    1420    4034    1434  
3220    1420    3411    4311    4034    1434  
1434    1420    3220    3411    4034    4311  
3411    4311    1420    3220    1434    4034

**Opgave 74 (4 %)****check**

0320    4301    2001    0301    0010    1101

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 0010 | 0301 | 0320 | 1101 | 2001 | 4301 |
| 0301 | 1101 | 2001 | 4301 | 0010 | 0320 |
| 4301 | 2001 | 0301 | 1101 | 0010 | 0320 |
| 0010 | 0320 | 4301 | 2001 | 0301 | 1101 |
| 0010 | 0320 | 0301 | 1101 | 2001 | 4301 |

**Opgave 75 (4 %)****check**

2224    3224    0042    3221    3324    0021

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 0042 | 0021 | 2224 | 3224 | 3221 | 3324 |
| 3221 | 0021 | 0042 | 2224 | 3224 | 3324 |
| 0021 | 0042 | 2224 | 3221 | 3224 | 3324 |
| 0021 | 3221 | 2224 | 3224 | 3324 | 0042 |
| 3221 | 0021 | 2224 | 3224 | 3324 | 0042 |

**Opgave 76 (4 %)****check**

1412    3333    3324    2424    4133    4324

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 1412 | 3324 | 2424 | 4324 | 3333 | 4133 |
| 1412 | 2424 | 3324 | 4324 | 3333 | 4133 |
| 1412 | 2424 | 3333 | 3324 | 4133 | 4324 |
| 1412 | 3333 | 4133 | 3324 | 2424 | 4324 |
| 1412 | 2424 | 3324 | 3333 | 4133 | 4324 |

**Opgave 77 (4 %)****check**

1123    1232    3332    4141    2341    4123

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 1123 | 4123 | 1232 | 3332 | 4141 | 2341 |
| 4141 | 2341 | 1232 | 3332 | 1123 | 4123 |
| 1123 | 4123 | 1232 | 3332 | 2341 | 4141 |
| 1123 | 1232 | 2341 | 3332 | 4123 | 4141 |
| 1123 | 1232 | 2341 | 3332 | 4141 | 4123 |

**Opgave 78 (4 %)****check**

2214    4121    3021    2012    3014    2121

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 2012 | 2214 | 3014 | 2121 | 3021 | 4121 |
| 2012 | 2121 | 2214 | 3014 | 3021 | 4121 |
| 2012 | 2121 | 2214 | 3021 | 3014 | 4121 |
| 4121 | 3021 | 2121 | 2012 | 2214 | 3014 |
| 2012 | 2214 | 3014 | 4121 | 3021 | 2121 |

**Opgave 79 (4 %)****check**

2041    1213    0020    0113    2020    1041

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4, k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 0020 | 0113 | 1041 | 1213 | 2041 | 2020 |
| 1213 | 0113 | 0020 | 2020 | 2041 | 1041 |
| 0020 | 0113 | 1041 | 1213 | 2020 | 2041 |
| 0113 | 1213 | 0020 | 2020 | 1041 | 2041 |
| 0020 | 2020 | 2041 | 1041 | 1213 | 0113 |

**Opgave 80 (4 %)****check**

2331    0242    2442    4312    2231    0212

Betrægt RADIX-SORT anvendt på ovenstående liste af tal ( $d = 4$ ,  $k = 5$ ). Angiv den delvist sortede liste efter at RADIX-SORT har sorteret tallene efter de *to* mindst betydende cifre.

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 0212 | 4312 | 2231 | 2331 | 0242 | 2442 |
| 0242 | 0212 | 2231 | 2331 | 2442 | 4312 |
| 4312 | 0212 | 2331 | 2231 | 0242 | 2442 |
| 2331 | 2231 | 4312 | 0212 | 0242 | 2442 |
| 0212 | 0242 | 2231 | 2331 | 2442 | 4312 |

**Lineær probing****Opgave 81 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 16 |   |   | 7 |   |   |   | 9 |   | 21 | 5  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 2k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 3, 4, 6, 10 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 5, 7, 9, 16 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(6)

INSERT(10)

INSERT(11)

**Opgave 82 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2  | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|----|---|---|----|---|---|---|---|----|
| 22 |   | 19 | 8 |   | 20 |   |   |   |   | 18 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 3k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 5, 6, 7 og 9 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 8, 18, 19, 20 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(7)

INSERT(9)

**Opgave 83 (4 %)****check**

| 0 | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 |
|---|----|---|---|---|---|---|---|----|---|----|
| 0 | 22 |   |   |   |   |   |   | 13 | 5 | 19 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 4k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 2, 3, 4, 9 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 0, 5, 13, 19 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(9)

INSERT(10)

**Opgave 84 (4 %)****check**

|   |   |   |    |   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|----|
| 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 7 |   |   | 12 |   |   |   |   | 10 | 21 | 18 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 3k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 2, 3, 4 og 6 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 7, 10, 12, 18 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(0)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(6)

**Opgave 85 (4 %)****check**

|   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |
|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
| 0 | 9 | 20 |   |   |   |   |   |   | 15 | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 5k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 6, 8 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 0, 9, 13, 15 og 20).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(6)

INSERT(8)

INSERT(11)

**Opgave 86 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|---|----|
|   |   |   |   |   |   | 2 | 13 | 21 | 3 | 7  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 3k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 1, 5, 6 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 3, 7, 13 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(0)

INSERT(1)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(10)

**Opgave 87 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|---|---|---|----|---|----|---|---|---|----|----|
|   |   |   | 16 |   | 12 |   |   | 6 | 17 | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 5k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 2, 3, 5, 9 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 6, 12, 13, 16 og 17).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(5)

INSERT(9)

INSERT(11)

**Opgave 88 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|----|----|---|---|---|----|
| 22 | 0 |   |   |   | 12 | 21 |   |   |   | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 5k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 3, 6 og 8 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 0, 12, 13, 21 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(6)

INSERT(8)

**Opgave 89 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
|   |   | 18 | 5 | 3 |   |   |   |   | 4 | 15 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 5k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 7, 8 og 9 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 3, 4, 5, 15 og 18).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(7)

INSERT(8)

INSERT(9)

**Opgave 90 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 |
|----|---|---|---|---|---|----|---|----|----|----|
| 11 |   |   |   |   |   | 13 |   | 21 | 14 | 3  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *linear probing* med hashfunktionen  $h(k) = 3k \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 4, 6, 8 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 3, 11, 13, 14 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(0)

INSERT(4)

INSERT(6)

INSERT(8)

INSERT(10)

**Kvadratisk probing****Opgave 91 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|---|---|----|----|---|---|---|---|---|----|----|
| 0 |   | 18 | 16 |   |   |   |   |   | 15 | 22 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 5k \bmod 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 5i + 5i^2) \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 4, 5, 6, 7 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 0, 15, 16, 18 og 22).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(4)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(7)

INSERT(11)

**Opgave 92 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7 | 8  | 9  | 10 |
|---|---|---|---|---|----|----|---|----|----|----|
|   |   |   | 6 |   | 12 | 21 |   | 17 | 15 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 5k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 2i + 4i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 4, 5 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 6, 12, 15, 17 og 21).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(4)

INSERT(5)

INSERT(11)

**Opgave 93 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|----|----|---|----|
| 22 |   |   |   |   |   |   | 11 | 21 | 3 | 7  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 3k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 2i + 5i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 2, 5, 6 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 3, 7, 11, 21 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(2)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(10)

**Opgave 94 (4 %)****check**

| 0  | 1  | 2 | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|----|---|---|---|----|---|---|---|---|----|
| 11 | 20 |   |   |   | 19 |   | 8 |   |   | 9  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 5k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 4i + 5i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 3, 4 og 7 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 8, 9, 11, 19 og 20).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(7)

**Opgave 95 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 22 |   |   |   | 2 | 4 |   |   | 15 | 21 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 2k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 3i + 5i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 3, 5, 9 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 4, 15, 21 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(3)

INSERT(5)

INSERT(9)

INSERT(10)

**Opgave 96 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|----|
|   |   |   | 21 |   | 8 |   |   | 4 | 10 | 19 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 2k \bmod 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 2i + 3i^2) \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 3, 5, 6, 7 og 9 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 4, 8, 10, 19 og 21).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(3)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(7)

INSERT(9)

**Opgave 97 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|----|----|----|---|---|---|---|----|
|   |   |   | 16 | 14 | 12 |   | 1 |   |   | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 5k \bmod 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 2i^2) \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 2, 5, 6, 9 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 1, 12, 13, 14 og 16).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(2)

INSERT(5)

INSERT(6)

INSERT(9)

INSERT(10)

**Opgave 98 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|----|
|   |   |   |   | 5 | 20 |   | 9 |   | 17 | 7  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 3k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 2i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 2, 3, 6, 8 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 5, 7, 9, 17 og 20).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(6)

INSERT(8)

INSERT(10)

**Opgave 99 (4 %)****check**

| 0 | 1  | 2 | 3 | 4  | 5 | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 |
|---|----|---|---|----|---|---|----|---|---|----|
|   | 14 |   |   | 13 |   |   | 10 | 2 | 5 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 4k \text{ mod } 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 5i + 2i^2) \text{ mod } 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 1, 3, 7 og 8 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 5, 10, 13 og 14).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(1)

INSERT(3)

INSERT(7)

INSERT(8)

**Opgave 100 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|----|---|---|----|----|---|---|----|
| 22 |   |   | 20 |   |   | 11 | 21 |   | 9 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *kvadratisk probing* med hashfunktionerne  $h'(k) = 4k \bmod 11$  og  $h(k, i) = (h'(k) + 4i + 2i^2) \bmod 11$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 4, 6, 7 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 9, 11, 20, 21 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(4)

INSERT(6)

INSERT(7)

INSERT(10)

**Dobbelt hashing****Opgave 101 (4 %)****check**

| 0 | 1  | 2 | 3  | 4  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|----|---|----|----|---|---|---|---|---|----|
|   | 20 |   | 16 | 14 |   |   |   |   | 4 | 5  |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 5k \bmod 11$  og  $h_2(k) = 1 + (5k \bmod 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 2, 3, 6 og 8 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 4, 5, 14, 16 og 20).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(6)

INSERT(8)

**Opgave 102 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 16 |   |   |   | 2 |   | 3 | 9 |   |   | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 2k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (5k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 5, 6, 8 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 3, 9, 13 og 16).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)  
INSERT(5)  
INSERT(6)  
INSERT(8)  
INSERT(11)

**Opgave 103 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|----|---|---|----|---|---|---|---|---|----|----|
| 11 |   |   | 12 |   | 9 |   |   |   | 22 | 18 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 3k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (4k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 3, 4, 5 og 7 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 9, 11, 12, 18 og 22).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)  
INSERT(3)  
INSERT(4)  
INSERT(5)  
INSERT(7)

**Opgave 104 (4 %)****check**

|   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 0 |   |   |   |   | 9 |   | 6 | 21 | 10 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 3k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (2k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 3, 4 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 0, 6, 9, 10 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(11)

**Opgave 105 (4 %)****check**

|   |   |    |   |    |   |   |   |   |    |    |
|---|---|----|---|----|---|---|---|---|----|----|
| 0 | 1 | 2  | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|   | 9 | 20 | 5 | 14 |   |   |   |   | 15 |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 5k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (2k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 2, 3, 6 og 7 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 5, 9, 14, 15 og 20).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)

INSERT(2)

INSERT(3)

INSERT(6)

INSERT(7)

**Opgave 106 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3 | 4  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|----|---|---|---|----|---|---|---|---|----|----|
| 22 |   |   |   | 12 | 1 |   |   |   | 15 | 13 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 5k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (2k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 3, 4, 5 og 7 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 1, 12, 13, 15 og 22).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(0)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(5)

INSERT(7)

**Opgave 107 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 |
|---|---|---|----|---|---|----|----|----|---|----|
|   |   | 6 | 17 |   |   | 18 | 10 | 13 |   |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 4k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (5k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 3, 4, 7 og 9 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 6, 10, 13, 17 og 18).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

INSERT(1)

INSERT(3)

INSERT(4)

INSERT(7)

INSERT(9)

**Opgave 108 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|----|---|---|----|---|---|---|---|---|----|----|
| 22 |   | 8 | 11 |   |   |   |   |   | 19 | 18 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 3k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (2k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 1, 3, 6, 7 og 10 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 8, 11, 18, 19 og 22).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(1)

INSERT(3)

INSERT(6)

INSERT(7)

INSERT(10)

**Opgave 109 (4 %)****check**

| 0  | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 |
|----|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 11 |   | 21 |   | 2 |   |   |   |   | 10 | 16 |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 2k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (3k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 0, 4, 5, 8 og 9 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 2, 10, 11, 16 og 21).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(0)

INSERT(4)

INSERT(5)

INSERT(8)

INSERT(9)

**Opgave 110 (4 %)****check**

| 0 | 1 | 2 | 3  | 4 | 5  | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 |
|---|---|---|----|---|----|---|---|----|---|----|
|   |   | 1 | 18 |   | 19 |   | 7 | 15 |   |    |

I ovenstående hashtabel af størrelse 11 er anvendt *dobbelt hashing* med hashfunktionerne  $h_1(k) = 2k \text{ mod } 11$  og  $h_2(k) = 1 + (3k \text{ mod } 10)$ .

Angiv positionerne de fem elementer 2, 6, 8, 9 og 11 vil blive indsat på i hashtabellen (for hver af indsættelserne antager vi at hashtabellen kun indeholder elementerne 1, 7, 15, 18 og 19).

0    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

INSERT(2)

INSERT(6)

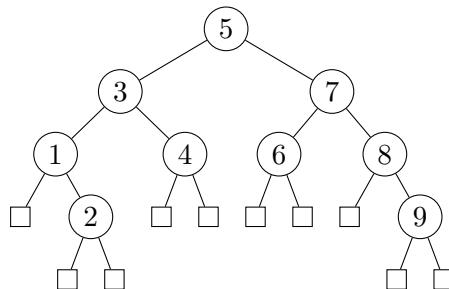
INSERT(8)

INSERT(9)

INSERT(11)

**Rød-sort træ****Opgave 111 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja    Nej

2, 5, 9

2, 3, 7, 9

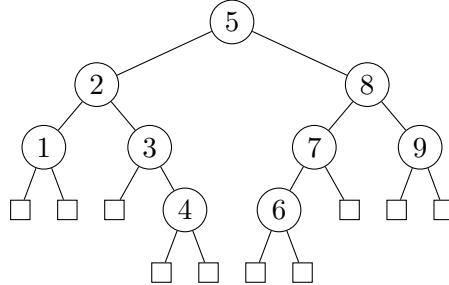
2, 3, 6, 8, 9

2, 9

1, 2, 4, 7, 9

**Opgave 112 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

2, 4, 6, 7, 9

1, 3, 4, 6, 8

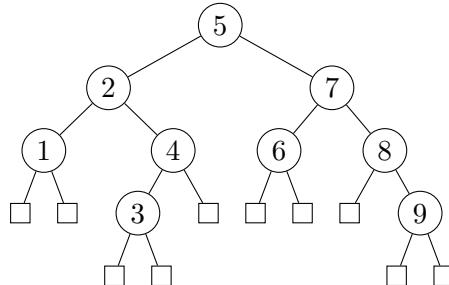
2, 4, 6, 8

4, 6

4, 5, 6

**Opgave 113 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

3, 9

1, 3, 4, 7, 9

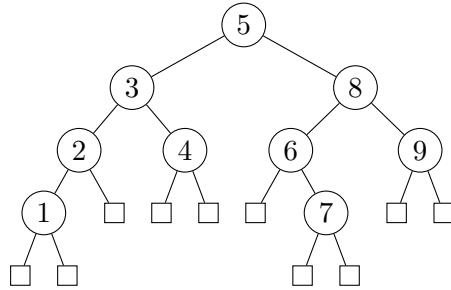
2, 3, 6, 8, 9

2, 3, 7, 9

3, 5, 9

**Opgave 114 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

1, 2, 4, 7, 8

1, 3, 7, 8

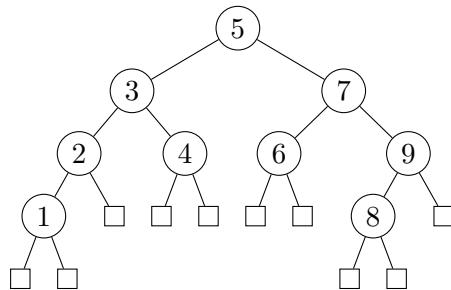
1, 3, 6, 7, 9

1, 7

1, 5, 7

**Opgave 115 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

1, 2, 4, 7, 8

1, 3, 6, 8, 9

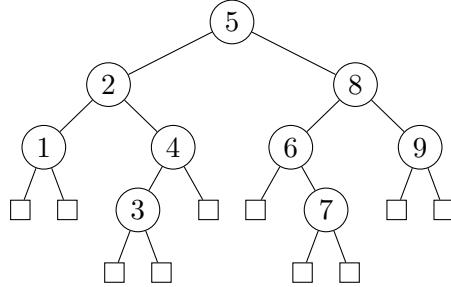
1, 5, 8

1, 3, 7, 8

1, 8

**Opgave 116 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

3, 7

2, 3, 6, 7, 9

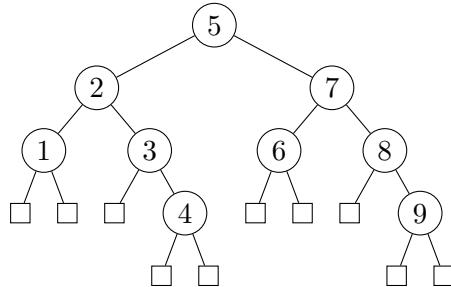
1, 3, 4, 7, 8

3, 5, 7

2, 3, 7, 8

**Opgave 117 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

4, 9

4, 5, 9

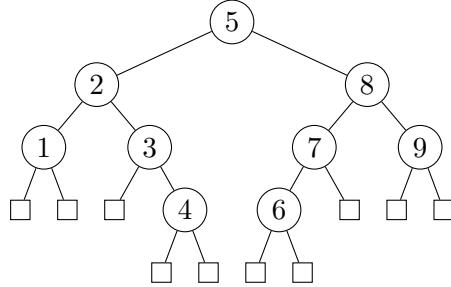
1, 3, 4, 7, 9

2, 4, 7, 9

2, 4, 6, 8, 9

**Opgave 118 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

1, 3, 4, 6, 8

2, 4, 6, 7, 9

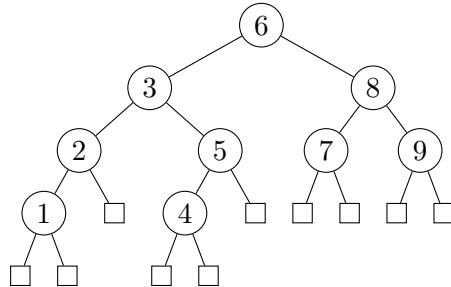
4, 5, 6

2, 4, 6, 8

4, 6

**Opgave 119 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

1, 3, 4, 8

1, 4

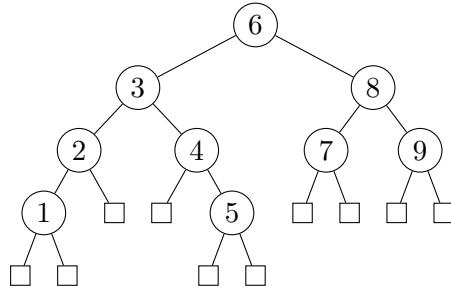
1, 4, 6

1, 3, 4, 7, 9

1, 2, 4, 5, 7, 9

**Opgave 120 (4 %)****check**

For hver af nedenstående delmængder, angiv om nedenstående binære træ er et lovligt rød-sort træ hvis netop disse knuder farves røde.



Ja Nej

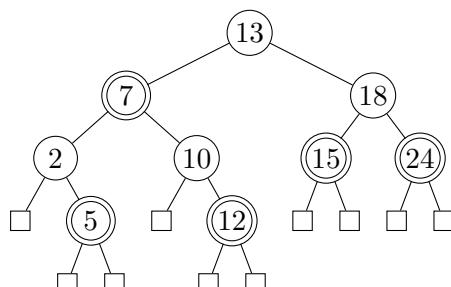
1, 3, 5, 8

1, 5, 6

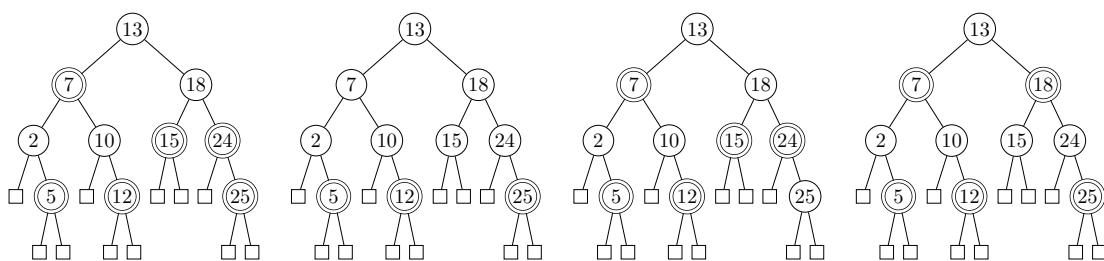
1, 5

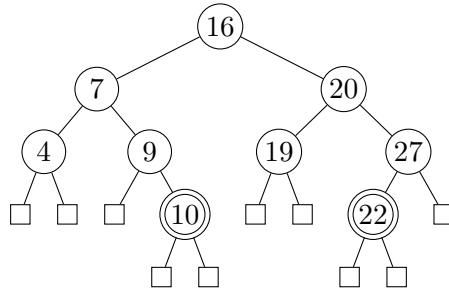
1, 3, 5, 7, 9

1, 2, 4, 5, 8

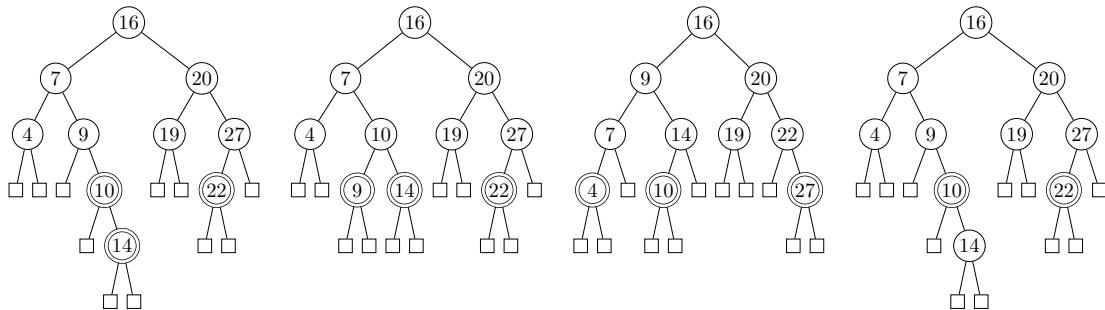
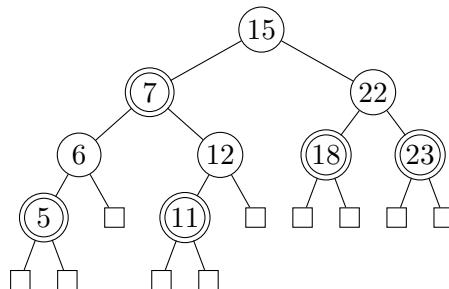
**Indsættelse i rød-sort træer****Opgave 121 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 25 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

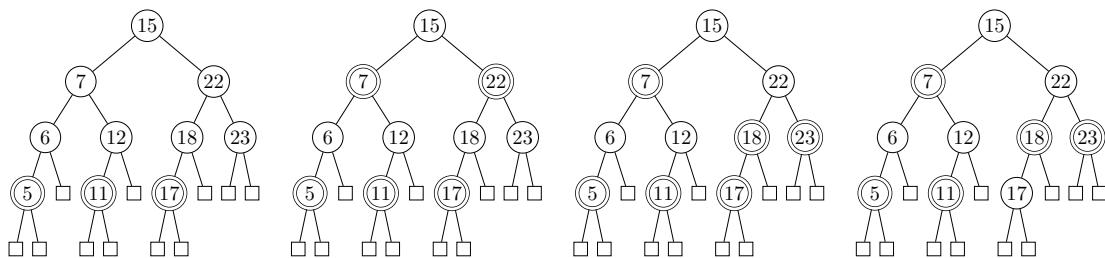


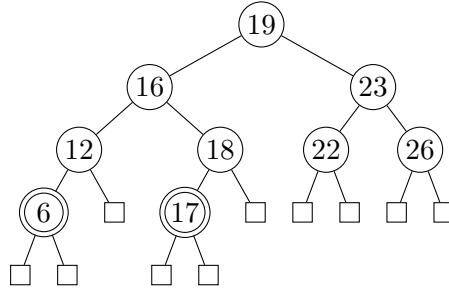
**Opgave 122 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 14 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

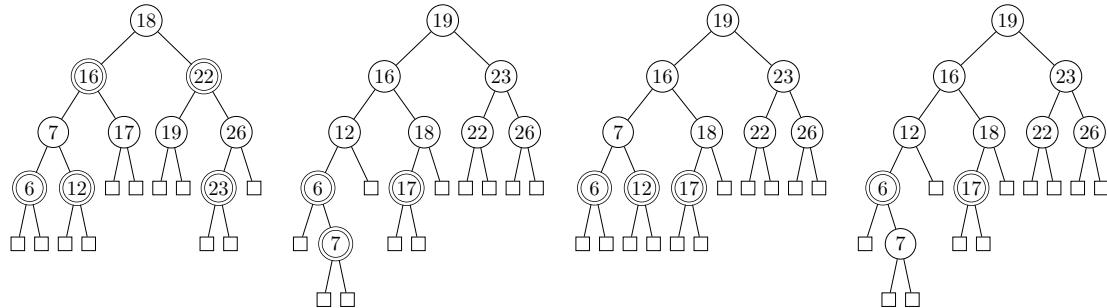
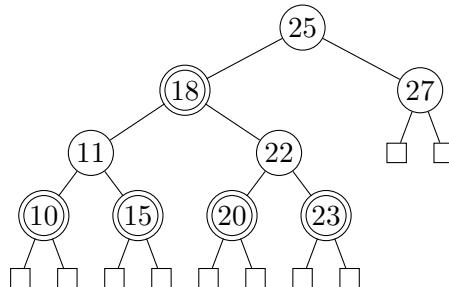
**Opgave 123 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 17 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

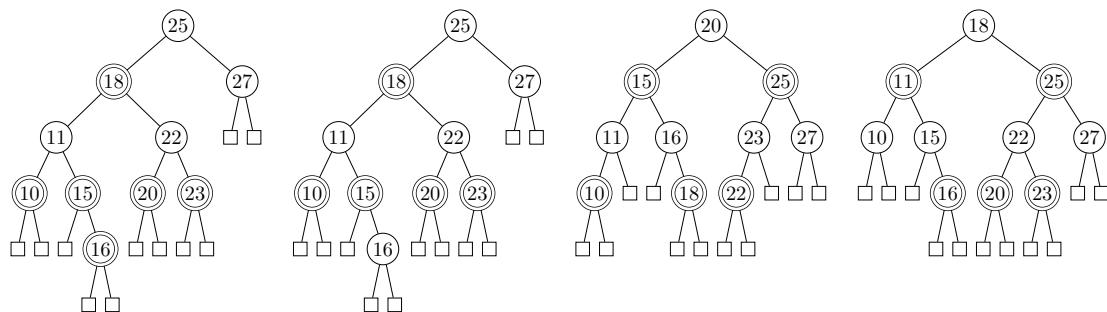


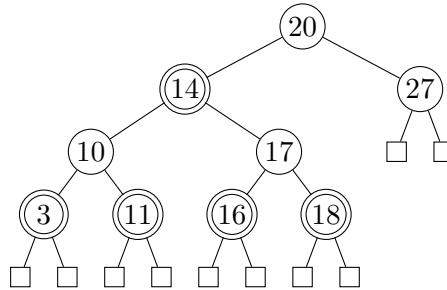
**Opgave 124 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 7 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

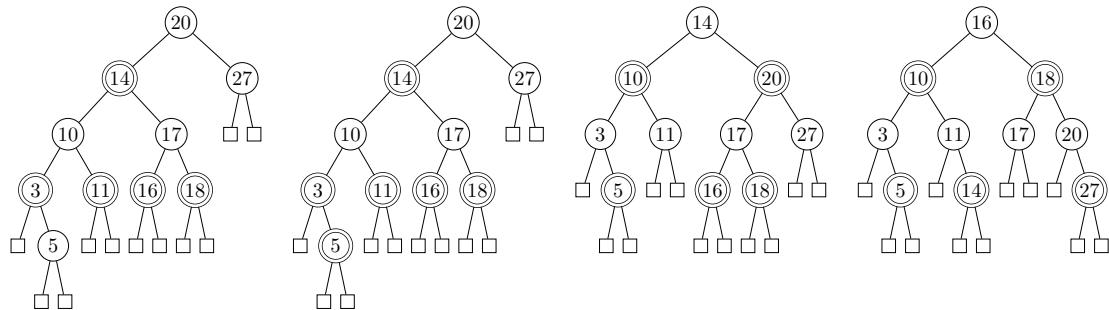
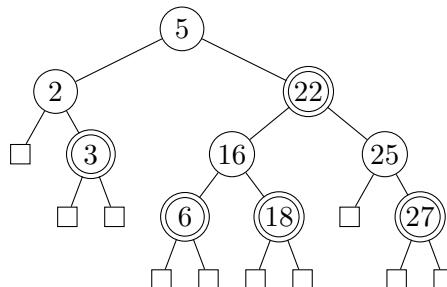
**Opgave 125 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 16 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

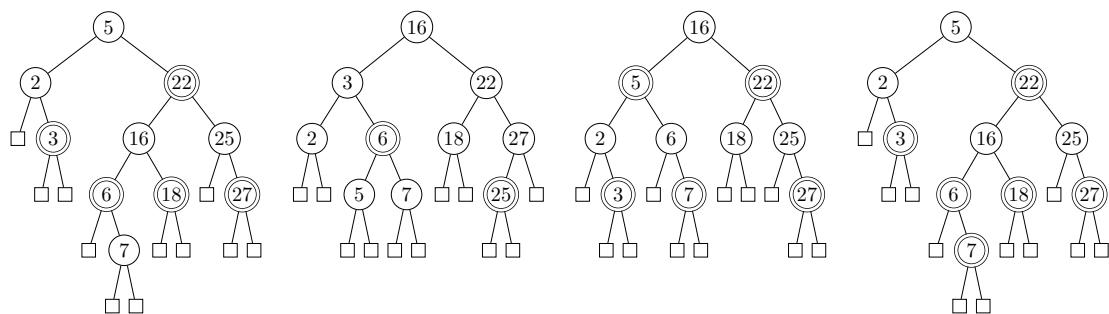


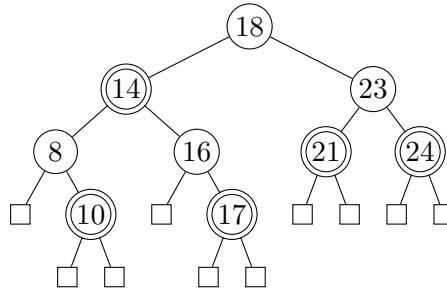
**Opgave 126 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 5 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

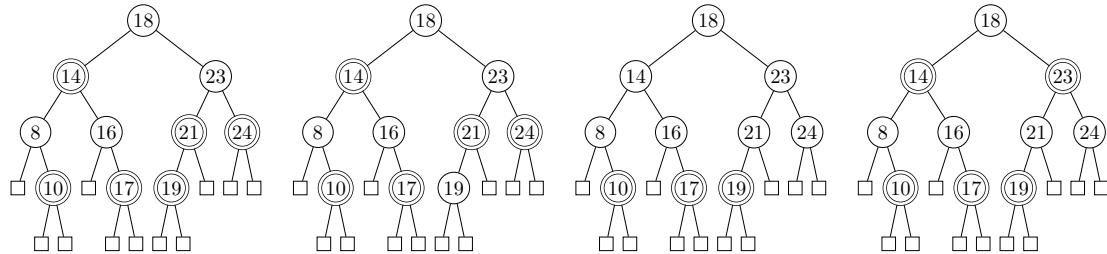
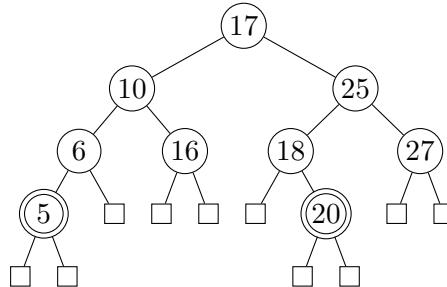
**Opgave 127 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 7 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

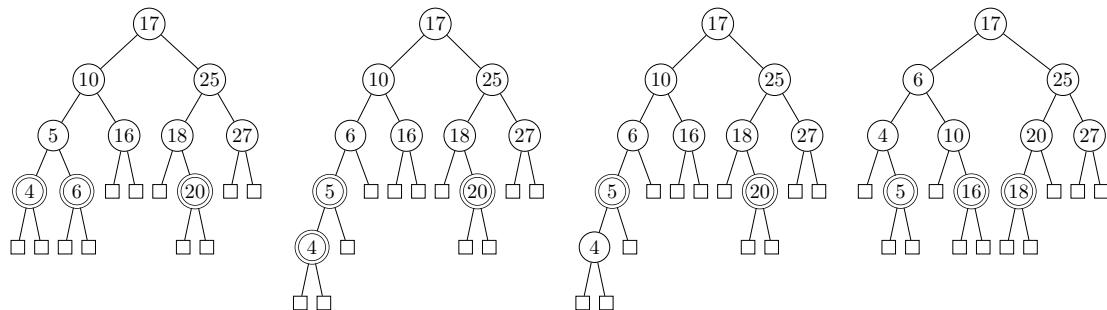


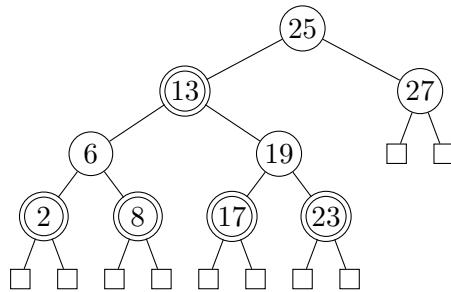
**Opgave 128 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 19 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).

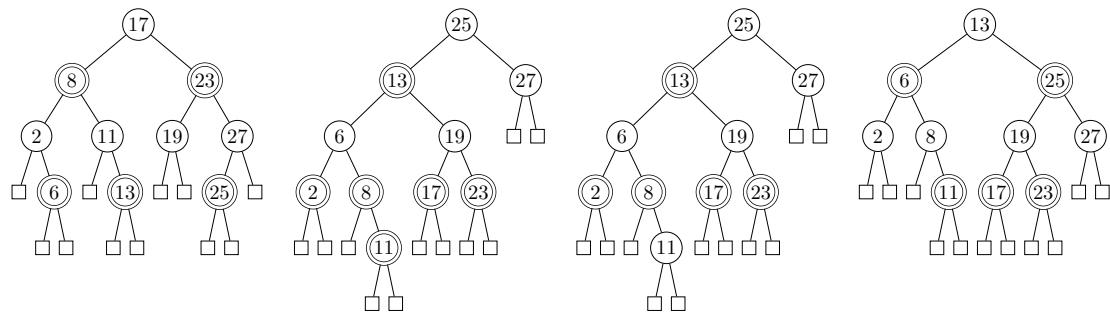
**Opgave 129 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 4 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).



**Opgave 130 (4 %)****check**

Angiv det resulterende rød-sorte træ når man indsætter 11 i ovenstående rød-sorte træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder).



## Union-find

### Opgave 131 (4 %)

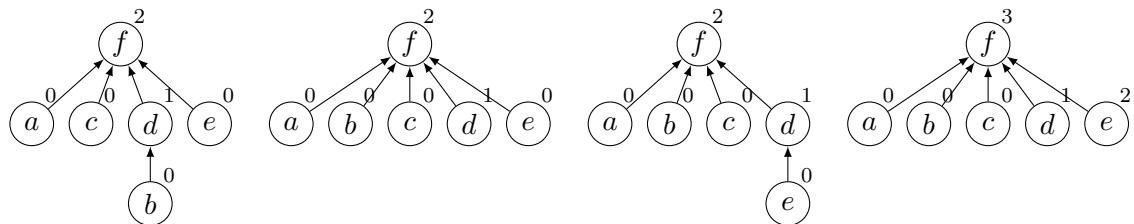
check

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $b, d$ )
UNION( $d, e$ )
UNION( $c, f$ )
UNION( $d, c$ )
UNION( $a, e$ )
FIND-SET( $b$ )

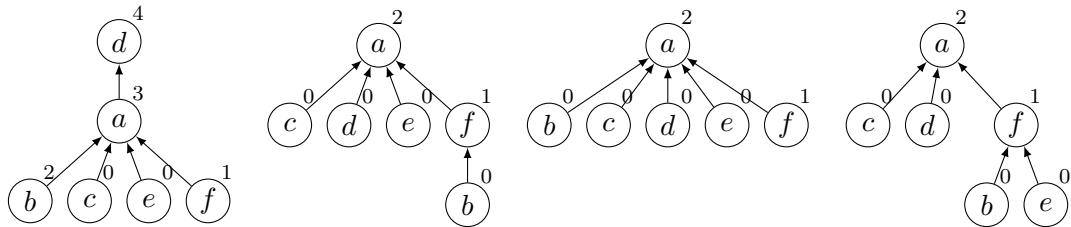
```



**Opgave 132 (4 %)****check**

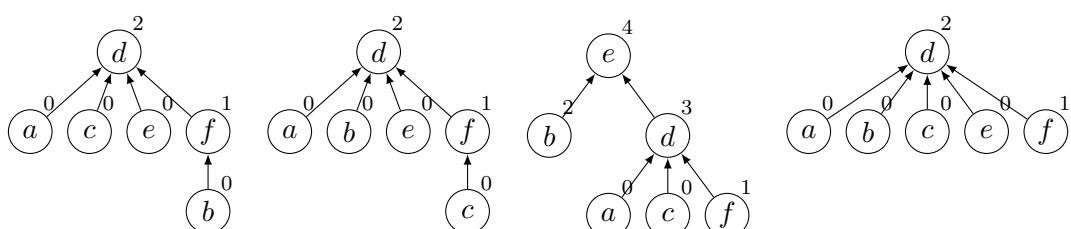
Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

MAKESET( $a$ )  
 MAKESET( $b$ )  
 MAKESET( $c$ )  
 MAKESET( $d$ )  
 MAKESET( $e$ )  
 MAKESET( $f$ )  
 UNION( $e, f$ )  
 UNION( $f, b$ )  
 UNION( $c, a$ )  
 UNION( $b, c$ )  
 UNION( $e, d$ )  
 FIND-SET( $a$ )

**Opgave 133 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

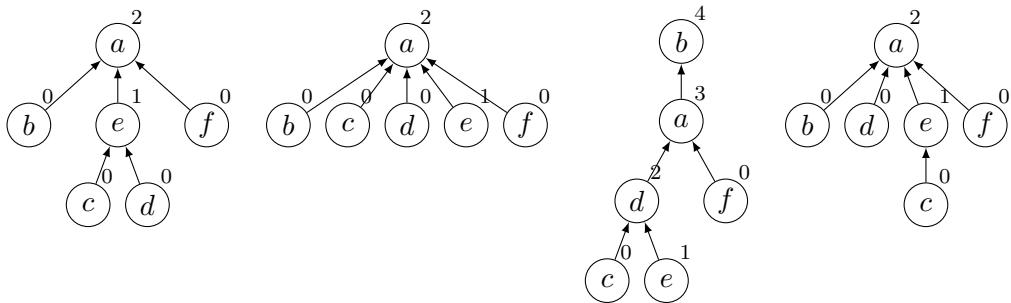
MAKESET( $a$ )  
 MAKESET( $b$ )  
 MAKESET( $c$ )  
 MAKESET( $d$ )  
 MAKESET( $e$ )  
 MAKESET( $f$ )  
 UNION( $c, f$ )  
 UNION( $f, b$ )  
 UNION( $a, d$ )  
 UNION( $f, a$ )  
 UNION( $c, e$ )  
 FIND-SET( $b$ )



**Opgave 134 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

MAKESET( $a$ )  
MAKESET( $b$ )  
MAKESET( $c$ )  
MAKESET( $d$ )  
MAKESET( $e$ )  
MAKESET( $f$ )  
UNION( $c, e$ )  
UNION( $e, d$ )  
UNION( $f, a$ )  
UNION( $c, f$ )  
UNION( $d, b$ )  
FIND-SET( $a$ )



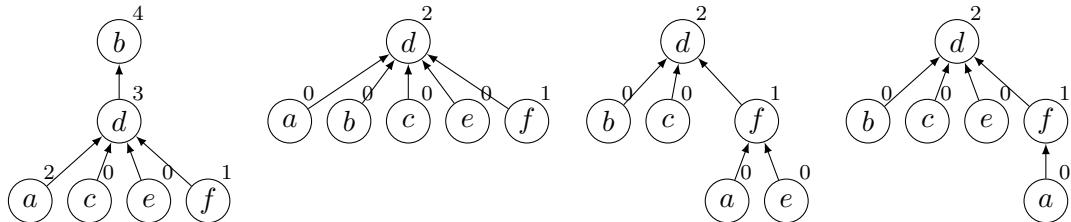
**Opgave 135 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $e, f$ )
UNION( $f, a$ )
UNION( $c, d$ )
UNION( $a, c$ )
UNION( $e, b$ )
FIND-SET( $b$ )

```

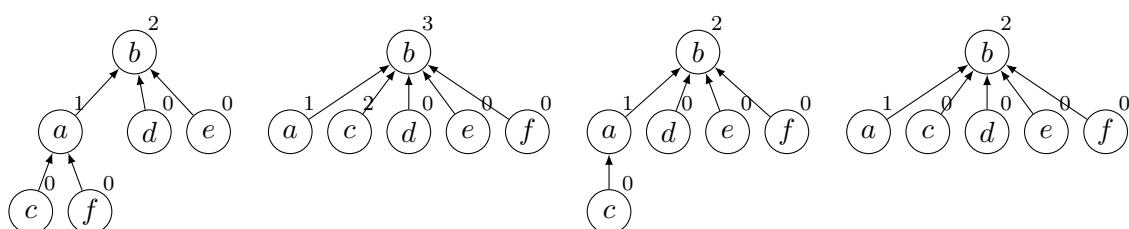
**Opgave 136 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $f, a$ )
UNION( $a, c$ )
UNION( $d, b$ )
UNION( $c, b$ )
UNION( $e, f$ )
FIND-SET( $b$ )

```



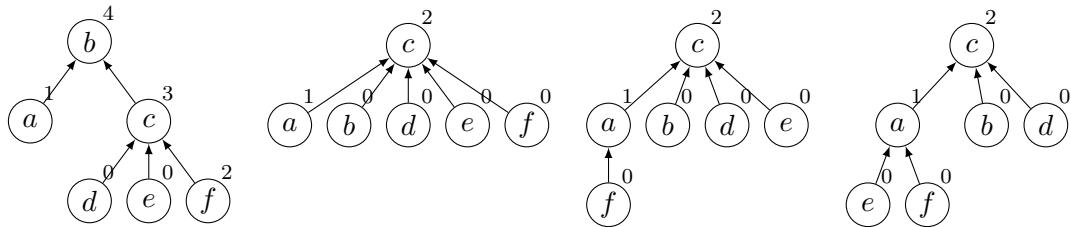
**Opgave 137 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $e, a$ )
UNION( $a, f$ )
UNION( $d, c$ )
UNION( $f, c$ )
UNION( $e, b$ )
FIND-SET( $a$ )

```

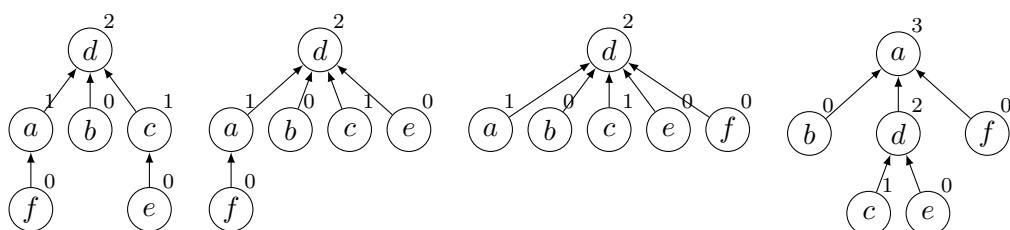
**Opgave 138 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $e, c$ )
UNION( $b, d$ )
UNION( $e, d$ )
UNION( $f, a$ )
UNION( $e, f$ )
FIND-SET( $b$ )

```



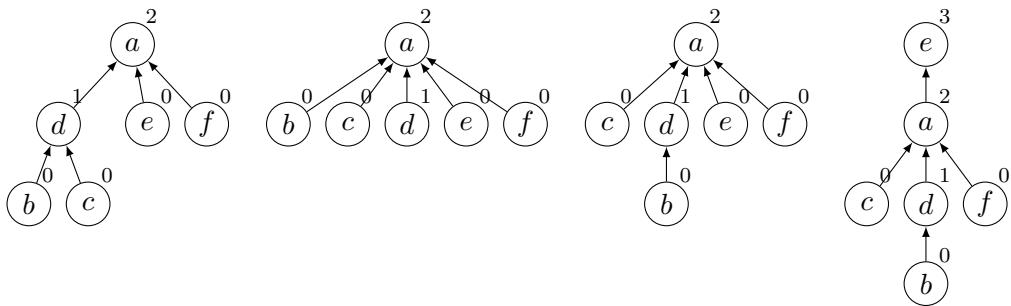
**Opgave 139 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET( $a$ )
MAKESET( $b$ )
MAKESET( $c$ )
MAKESET( $d$ )
MAKESET( $e$ )
MAKESET( $f$ )
UNION( $b, d$ )
UNION( $c, d$ )
UNION( $f, a$ )
UNION( $b, a$ )
UNION( $c, e$ )
FIND-SET( $a$ )

```



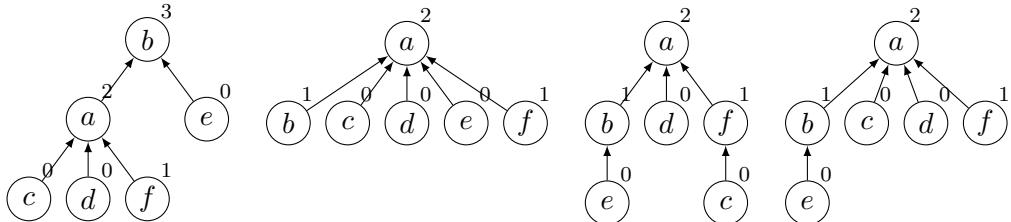
**Opgave 140 (4 %)****check**

Angiv den resulterende union-find struktur efter nedenstående sekvens af operationer, når der anvendes union-by-rank og stikomprimering.

```

MAKESET(a)
MAKESET(b)
MAKESET(c)
MAKESET(d)
MAKESET(e)
MAKESET(f)
UNION(c, f)
UNION(d, a)
UNION(f, d)
UNION(e, b)
UNION(c, e)
FIND-SET(b)

```

**Rekursionsligninger****Opgave 141 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n^2 \log n)$     $\Theta(n^3)$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 1$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/4) + n^2$$

$$T(n) = T(n - 1) + \log n$$

$$T(n) = T(n - 1) + 2$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/4) + 3$$

**Opgave 142 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 9 \cdot T(n/3) + 1$$

$$T(n) = T(n/2) + 5$$

$$T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^2$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/5) + n^3$$

**Opgave 143 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/4) + 1$$

$$T(n) = T(n - 1) + n^2$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 3$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/4) + n$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/5) + n^2$$

**Opgave 144 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = T(n - 1) + 1$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/4) + n$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 1$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/4) + n$$

$$T(n) = T(n/5) + 3$$

**Opgave 145 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^2$$

$$T(n) = T(n - 1) + n^2$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 3$$

**Opgave 146 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 8 \cdot T(n/2) + 3$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = 5 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = T(n - 1) + \log n$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/4) + 1$$

**Opgave 147 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/5) + n$$

$$T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^2$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/4) + 3$$

$$T(n) = T(n/3) + 2$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/2) + n$$

**Opgave 148 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = T(n - 1) + 3$$

$$T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^2$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^2$$

$$T(n) = T(n - 1) + \log n$$

$$T(n) = T(n - 1) + n^2$$

**Opgave 149 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad \Theta(n^3)$$

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + 1$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/5) + n^3$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/9) + 1$$

$$T(n) = T(n/4) + 1$$

$$T(n) = 9 \cdot T(n/3) + 3$$

**Opgave 150 (4 %)****check**

Angiv løsningen for hver af nedenstående rekursionsligninger, hvor  $T(n) = 1$  for  $n \leq 1$ .

$\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n^2 \log n)$     $\Theta(n^3)$

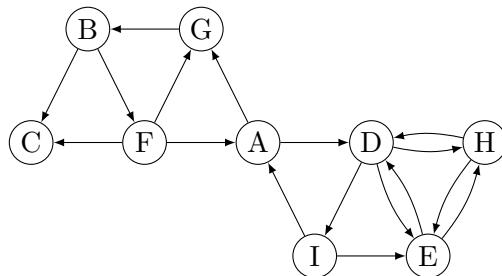
$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^2$$

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

$$T(n) = 2 \cdot T(n/4) + 3$$

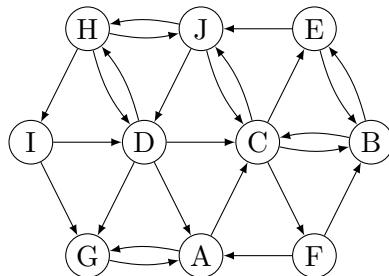
$$T(n) = T(n - 1) + n^2$$

$$T(n) = 3 \cdot T(n/5) + n^2$$

**BFS****Opgave 151 (4 %)****check**

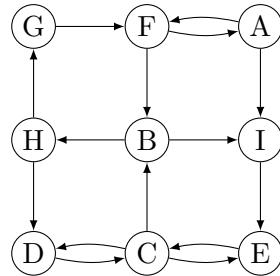
For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver udtaget af køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslistene er sorteret alfabetisk.

A D G E H I B F C    A G D B E H I C F    A D E H I G B C F    A D G E H I B C F

**Opgave 152 (4 %)****check**

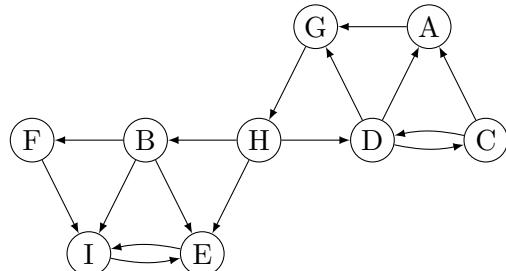
For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver udtaget af køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslistene er sorteret alfabetisk.

A G C F J B E D H I    A C G B E F J H D I    A C B E J D G H I F    A C G B E F J D H I

**Opgave 153 (4 %)****check**

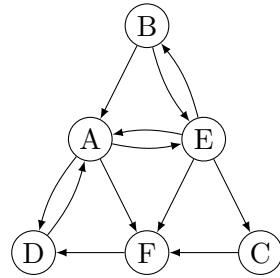
For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

AIFEBCHDG   AFBHDCEGI   AFIBEHCGD   AFIBEHCDG

**Opgave 154 (4 %)****check**

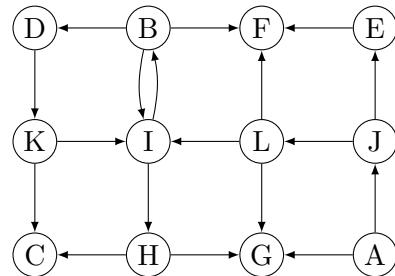
For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver udtaget af køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

AGHBEIFDC   AGHDBECFI   AGHBEIFC   AGHBDEFIC

**Opgave 155 (4 %)****check**

For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

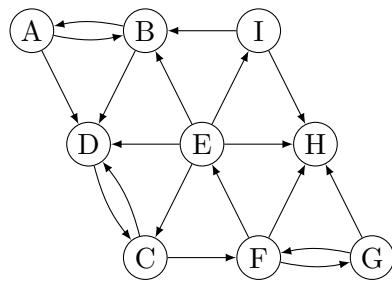
ADEFBC   AFEDBC   ADEFCB   ADEBCF

**Opgave 156 (4 %)****check**

For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

AGJEFLIBDKCH   AGJLEIFBHDK   AGJELFIHBCKD   AGJELFIBHDCK

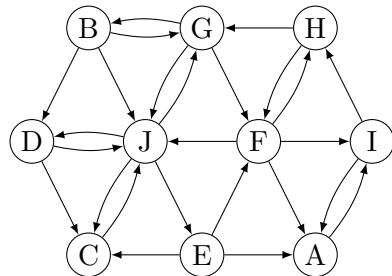
## Opgave 157 (4 %)



For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

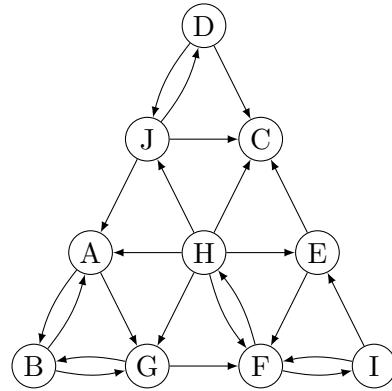
A D B C F E G H I    A B D C F E H I G    A B D C F H G E I    A B D C F E G H I

## Opgave 158 (4 %)



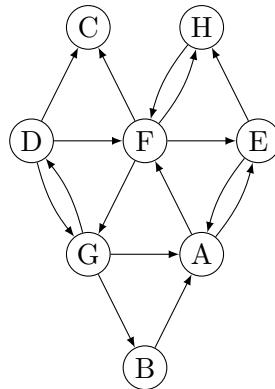
For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver indsat i køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

A I H F J C D E G B    A I H F G J B E D C    A I H G F B J D E C    A I H F G J B C D E

**Opgave 159 (4 %)****check**

For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver udtaget af køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

A B G F H I C E J D    A B G F H I J E C D    A B G F H C E J D I    A B G F I H E C J D

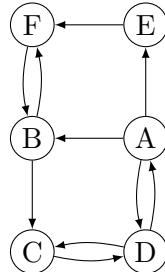
**Opgave 160 (4 %)****check**

For et bredde først gennemløb (BFS) af ovenstående graf **startende i knuden A**, angiv rækkefølgen knuderne bliver udtaget af køen  $Q$  i BFS-algoritmen. Det antages, at grafen er givet ved incidenslister, hvor incidenslisterne er sorteret alfabetisk.

A F E G H C D B    A E F H C G D B    A E H F C G B D    A E F H C G B D

## Lovlige bredde først træer

Opgave 161 (4 %)

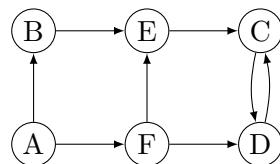


Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

- (A,B) (A,D) (A,E) (B,C) (E,F)
- (A,B) (A,D) (A,E) (B,C) (B,F)
- (A,D) (A,E) (D,C) (E,F) (F,B)
- (A,B) (A,E) (B,C) (B,F) (C,D)
- (A,B) (A,D) (A,E) (D,C) (E,F)

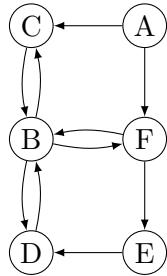
Opgave 162 (4 %)



Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

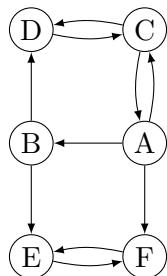
- (A,B) (A,F) (B,E) (D,C) (F,D)
- (A,B) (A,F) (E,C) (F,D) (F,E)
- (A,B) (A,F) (B,E) (E,C) (F,D)
- (A,B) (A,F) (B,E) (C,D) (E,C)
- (A,B) (A,F) (C,D) (E,C) (F,E)

**Opgave 163 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

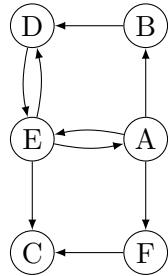
- (A,C) (A,F) (E,D) (F,B) (F,E)
- (A,C) (B,F) (C,B) (E,D) (F,E)
- (A,C) (A,F) (B,D) (C,B) (F,E)
- (A,C) (A,F) (D,B) (E,D) (F,E)
- (A,C) (A,F) (B,D) (F,B) (F,E)

**Opgave 164 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

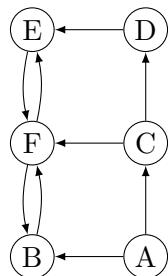
- (A,B) (A,F) (B,D) (B,E) (D,C)
- (A,B) (A,C) (A,F) (B,D) (F,E)
- (A,B) (A,C) (B,E) (C,D) (E,F)
- (A,B) (A,C) (A,F) (C,D) (F,E)
- (A,B) (A,C) (A,F) (B,E) (C,D)

**Opgave 165 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

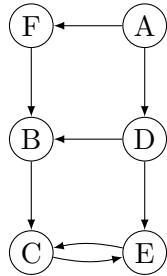
- (A,B) (A,E) (A,F) (E,C) (E,D)
- (A,B) (A,E) (A,F) (E,D) (F,C)
- (A,B) (A,F) (B,D) (D,E) (F,C)
- (A,B) (A,E) (A,F) (B,D) (E,C)
- (A,B) (A,E) (A,F) (B,D) (F,C)

**Opgave 166 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

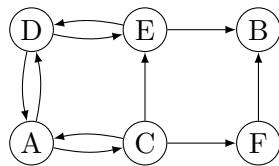
- (A,B) (A,C) (B,F) (C,D) (F,E)
- (A,B) (A,C) (C,D) (C,F) (D,E)
- (A,B) (A,C) (C,D) (D,E) (E,F)
- (A,B) (A,C) (C,D) (C,F) (F,E)
- (A,C) (C,D) (C,F) (F,B) (F,E)

**Opgave 167 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

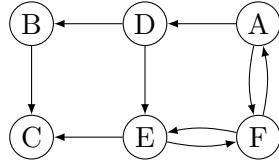
- (A,D) (A,F) (B,C) (D,E) (F,B)
- (A,D) (A,F) (D,E) (E,C) (F,B)
- (A,D) (A,F) (B,C) (C,E) (D,B)
- (A,D) (A,F) (D,B) (D,E) (E,C)
- (A,D) (A,F) (B,C) (D,B) (D,E)

**Opgave 168 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

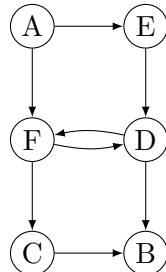
- (A,C) (A,D) (C,E) (C,F) (E,B)
- (A,C) (A,D) (C,E) (C,F) (F,B)
- (A,C) (A,D) (C,F) (D,E) (E,B)
- (A,C) (C,E) (C,F) (E,B) (E,D)
- (A,C) (A,D) (C,F) (D,E) (F,B)

**Opgave 169 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

- (A,D) (A,F) (B,C) (D,B) (F,E)
- (A,D) (A,F) (B,C) (D,B) (D,E)
- (A,D) (D,B) (D,E) (E,C) (E,F)
- (A,D) (A,F) (D,B) (D,E) (E,C)
- (A,D) (A,F) (D,B) (E,C) (F,E)

**Opgave 170 (4 %)****check**

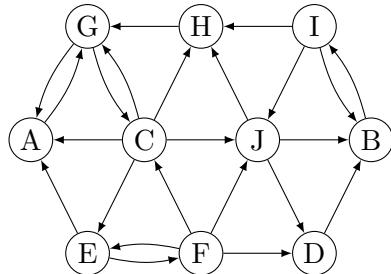
Angiv for hver af nedenstående mængder af kanter om de udgør et lovligt BFS træ for et bredde først gennemløb af ovenstående graf **startende i knuden A** og for en vilkårlig ordning af grafens incidenslister.

Ja Nej

- (A,E) (A,F) (D,B) (E,D) (F,C)
- (A,E) (D,B) (D,F) (E,D) (F,C)
- (A,E) (C,B) (D,F) (E,D) (F,C)
- (A,E) (A,F) (D,B) (F,C) (F,D)
- (A,E) (A,F) (C,B) (F,C) (F,D)

## DFS

### Opgave 171 (4 %)

check

Betræt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

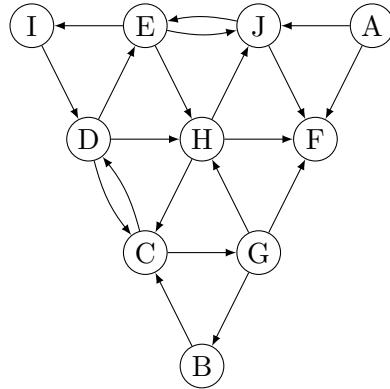
H J I B D F E C G A    J H I B D F E C G A    I D B F J H E C G A    H I B D J F E C G A

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

- (C, H)
- (J, H)
- (A, G)
- (J, D)

## Opgave 172 (4 %)

check

Betræt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i knuden **A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

F B G D C H I E J A    B G D C I H E J F A    F D B G C H I E J A    I B G D C H E J F A

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

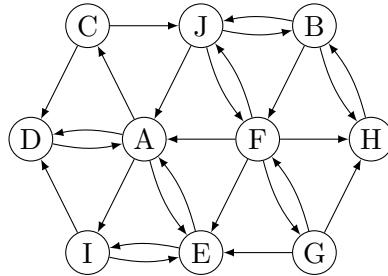
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(E, I)

(E, J)

(J, F)

(A, F)

**Opgave 173 (4 %)****check**

Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **discovery time**.

A C J F E I D G H B    A C J B F G H E I D    A C D J B F E I G H    A C D E I J B F H G

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

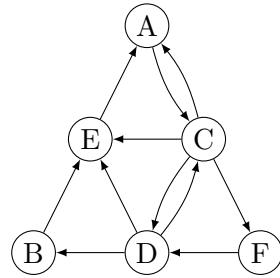
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(J, B)

(A, I)

(B, J)

(I, D)

**Opgave 174 (4 %)****check**

Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **discovery time**.

A C F D E B    A C D E F B    A C F D B E    A C D B E F

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

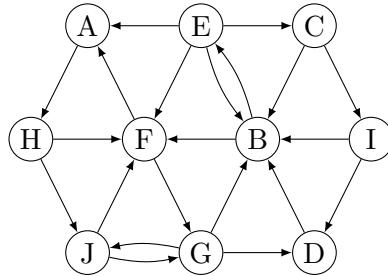
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(F, D)

(C, E)

(B, E)

(E, A)

**Opgave 175 (4 %)****check**

Betrægt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **discovery time**.

A H F G B E C I D J    A H F J G B D E C I    A H F G J B E C I D    A H J G B F E C I D

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

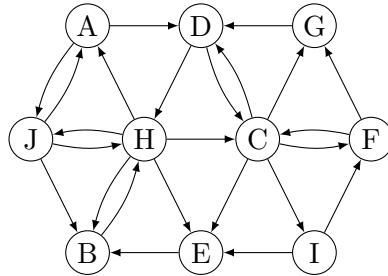
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(C, B)

(G, D)

(G, J)

(A, H)

**Opgave 176 (4 %)****check**

Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

IGFJHBECDA    JHBEGFICDA    IGFEBCJD A    DGFB EICHJA

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

Tree edge    Back edge    Cross edge    Forward edge

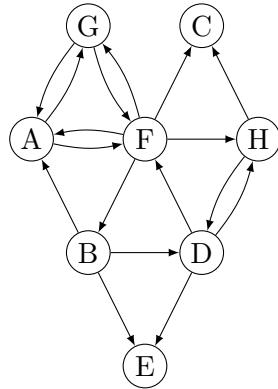
(C, D)

(A, D)

(I, E)

(D, H)

## Opgave 177 (4 %)



Betræt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i knuden **A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **discovery time**.

A F G B C H D E    A F G H D E C B    A F B D E H C G    A F G B D H C E

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

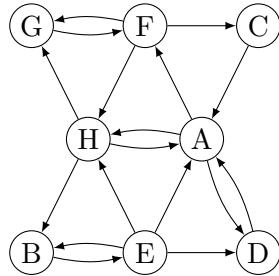
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(G, F)

(A, G)

(F, B)

(F, G)

**Opgave 178 (4 %)****check**

Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

E B G C H F D A    E B H G C F D A    D C G E B H F A    D E B C F G H A

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

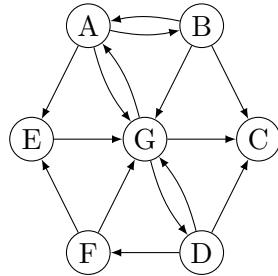
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(D, A)

(A, H)

(B, E)

(E, D)

**Opgave 179 (4 %)****check**

Betragt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i **knuden A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **finishing time**.

F D C G E B A    E F C D G B A    C E F D G B A    E F D G C B A

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

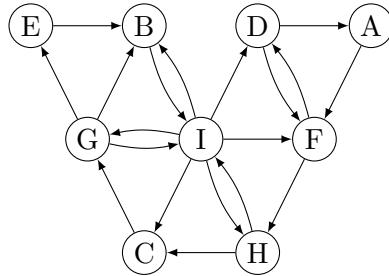
Tree edge    Back edge    Cross edge    Forward edge

(D, F)

(D, G)

(A, G)

(G, C)

**Opgave 180 (4 %)****check**

Betræt et dybde først gennemløb (DFS) af ovenstående graf, hvor DFS-gennemløbet starter i knuden **A**, hvor de udgående kanter til en knude besøges i alfabetisk rækkefølge. Angiv i hvilken rækkefølge knuderne får tildelt **discovery time**.

A F H C G E B I D    A F D H C G I B E    A F D H C G B I E    A F D H C I G B E

Angiv for hver af nedenstående kanter hvilken type kanten bliver i DFS gennemløbet.

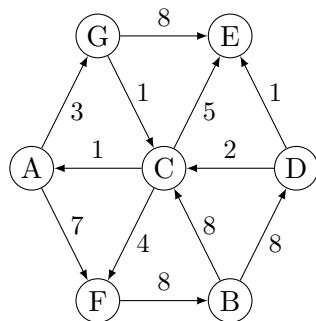
Tree edge   Back edge   Cross edge   Forward edge

(I, C)

(B, I)

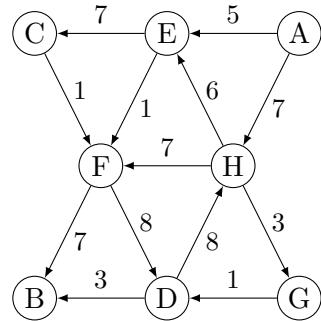
(E, B)

(H, I)

**Dijkstras algoritme****Opgave 181 (4 %)****check**

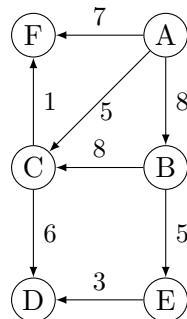
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra knuden **A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A G C F B D E    A F G B C E D    A F B C E D G    A G C F E B D

**Opgave 182 (4 %)****check**

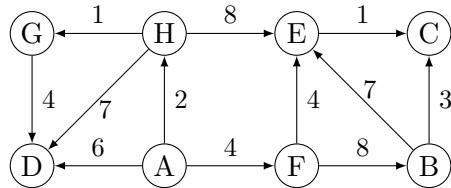
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A E F H G D B C    A E H C F G B D    A E C F B D H G    A E F H G D C B

**Opgave 183 (4 %)****check**

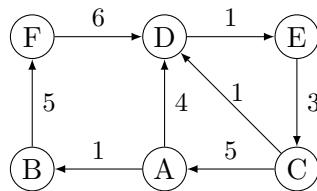
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A C F B E D    A C F B D E    A B C D F E    A B C F E D

**Opgave 184 (4 %)****check**

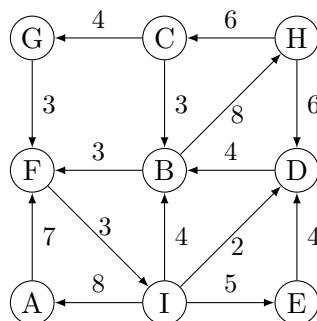
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A H G F D E C B    A H G F E C D B    A D F B C E H G    A D F H B E G C

**Opgave 185 (4 %)****check**

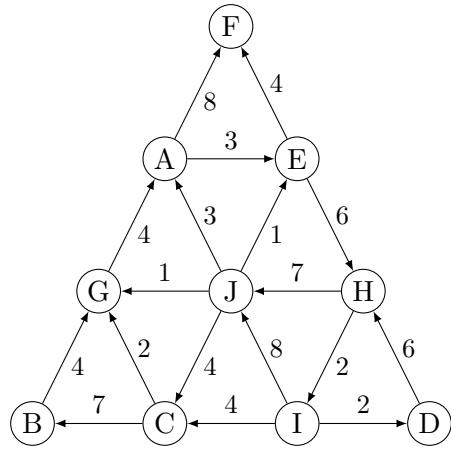
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A B D F E C    A B D E F C    A B D E C F    A B F D E C

**Opgave 186 (4 %)****check**

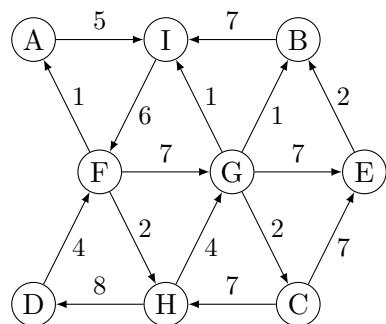
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A F I D B E H C G    A F I D B H C G E    A F I B D E H C G    A F I B H C G D E

**Opgave 187 (4 %)****check**

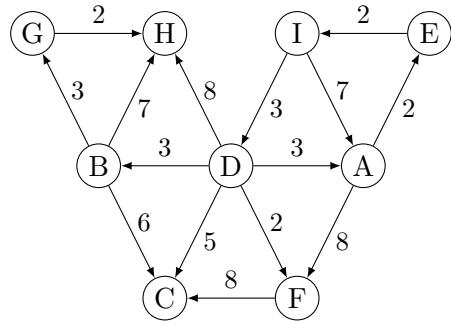
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A E F H I C B G D J    A E F H I J C D G B    A E F H I D C J G B    A E F H I D C G B J

**Opgave 188 (4 %)****check**

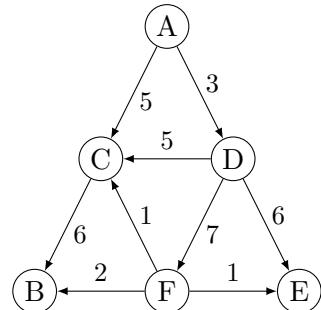
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

A I F H G B C E D    A I F G B C E H D    A I F H G B C D E    A I F G H B C E D

**Opgave 189 (4 %)****check**

Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

AEIDFCBGH AEIDBCGHF AEFIGDBHG AEIDFBCGH

**Opgave 190 (4 %)****check**

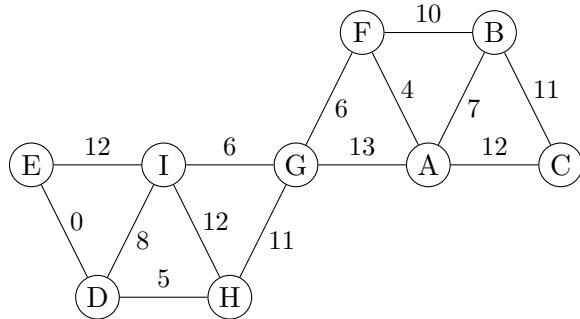
Antag Dijkstras algoritme anvendes til at finde korteste afstande fra **knuden A** til alle knuder i ovenstående graf. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver taget ud af prioritetskøen i Dijkstra's algoritme.

ACDBEF ADCBEF ACBDEF ADCEFBB

## Prims algoritme

Opgave 191 (4 %)

check

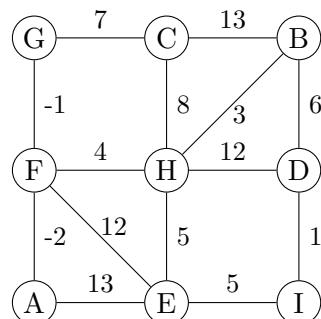


Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

A F B G C I H D E    A F B G I C D E H    A F G I D E H B C    A F G I B D E H C

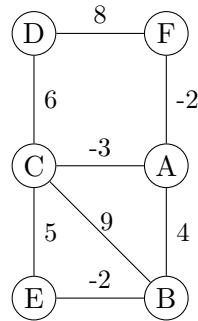
Opgave 192 (4 %)

check



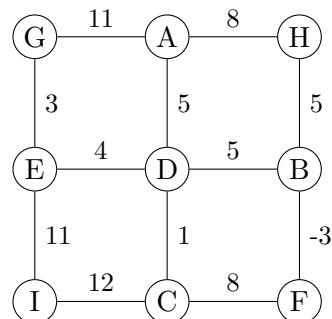
Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

A F G H C B E D I    A F G H C B E I D    A F G C H B D I E    A F G H B E I D C

**Opgave 193 (4 %)****check**

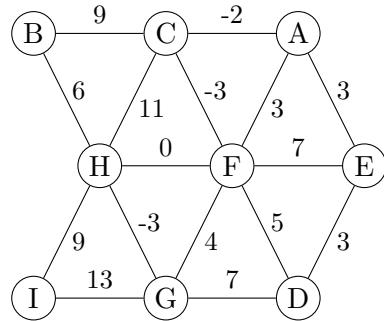
Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

ACFEBD   ACEBDF   ACFDBE   ACFBED

**Opgave 194 (4 %)****check**

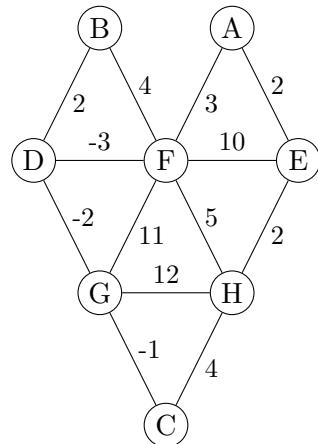
Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

ADCFBHIEG   ADCEBFGHI   ADCHEBFGI   ADCEGBFHI

**Opgave 195 (4 %)****check**

Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkluderet i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

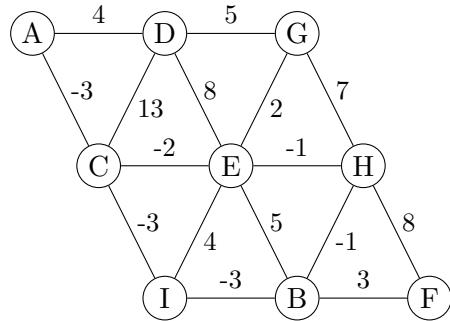
ACFHGBEID    ACFHGDBEI    ACFHGEBDI    ACFHGDEIB

**Opgave 196 (4 %)****check**

Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkluderet i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

AEFDGCHB    AEHFDGCB    AEFDGCBH    AEHCGDFB

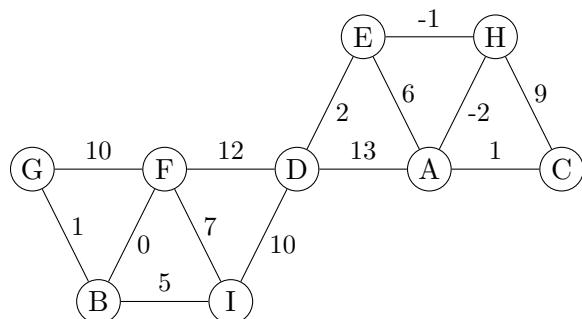
## Opgave 197 (4 %)



Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

ACIBHFEGD ACIBHEGFD ACIBEHGFD ACIBHEGDF

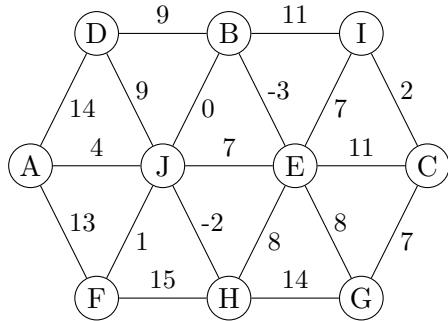
## Opgave 198 (4 %)



Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkludert i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

AHECDIBFG AHEDIBFGC AHEDCIBFG AHEDCIFBG

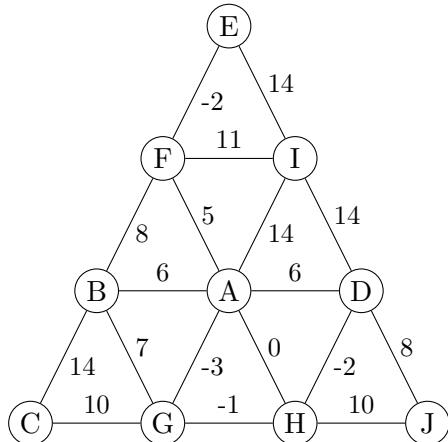
## Opgave 199 (4 %)



Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkluderet i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

A J H B E F I C D G    A J H B E F I G C D    A J H E B D I C G F    A J H B E F I C G D

## Opgave 200 (4 %)

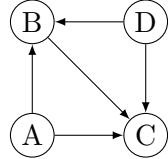


Antag Prims algoritme anvendes til at finde et minimum udspændende træ for ovenstående graf, og algoritmen starter i **knuden A**. Angiv hvilken rækkefølge knuderne bliver inkluderet i det minimum udspændende træ (taget ud af prioritetskøen i Prims algoritme).

A G H D F E B J C I    A G H D J F E B C I    A G H D J I F E B C    A G H D J B F E C I

## Topologisk sortering

### Opgave 201 (4 %)

check

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

A D B C

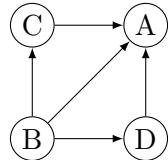
D A B C

C A B D

C D B A

A B D C

### Opgave 202 (4 %)

check

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

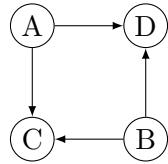
A C D B

D C B A

B D C A

C D B A

B C D A

**Opgave 203 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

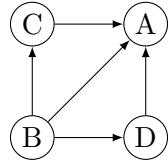
A B D C

C B A D

B A C D

D B C A

B A D C

**Opgave 204 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

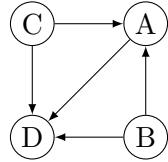
B A C D

B D C A

B C D A

A D C B

C B D A

**Opgave 205 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

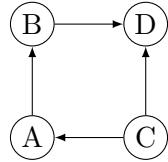
B D A C

C B A D

D B A C

B C D A

B C A D

**Opgave 206 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

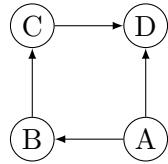
C D B A

C A D B

B A C D

C B A D

C A B D

**Opgave 207 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

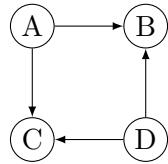
C B A D

A C B D

A B C D

A B D C

B A C D

**Opgave 208 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

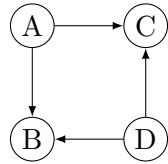
A D C B

D B A C

D A C B

A D B C

D C B A

**Opgave 209 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

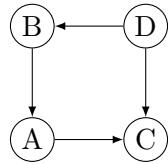
A D C B

D A C B

C A B D

D A B C

C A D B

**Opgave 210 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående ordninger af knuderne i ovenstående graf om det er en lovlig topologisk sortering.

Ja Nej

D B C A

D A B C

A B D C

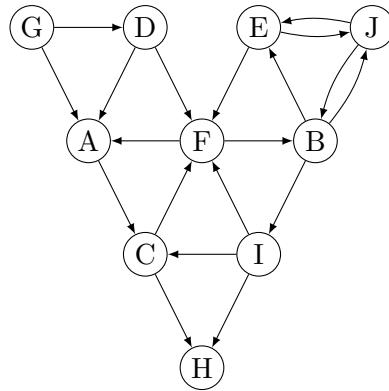
D B A C

B D A C

## Stærke sammenhængskomponenter

Opgave 211 (4 %)

**check**

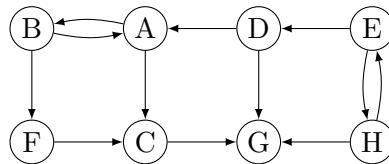


Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1    2    3    4    5    6    7    8    9    10

Opgave 212 (4 %)

**check**

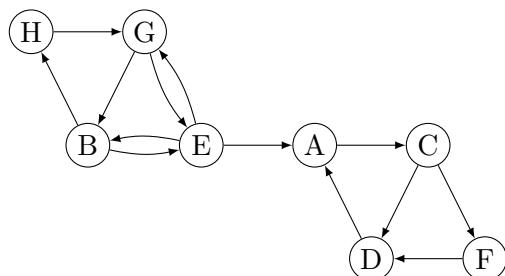


Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1    2    3    4    5    6    7    8

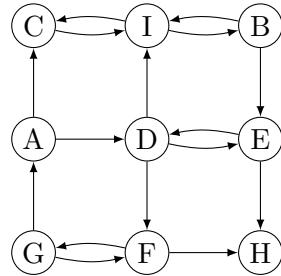
Opgave 213 (4 %)

**check**



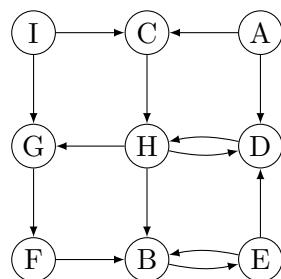
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1    2    3    4    5    6    7    8

**Opgave 214 (4 %)****check**

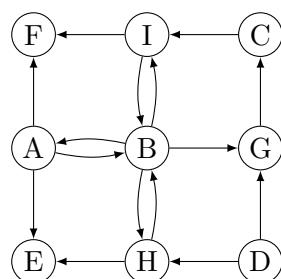
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

- 1    2    3    4    5    6    7    8    9

**Opgave 215 (4 %)****check**

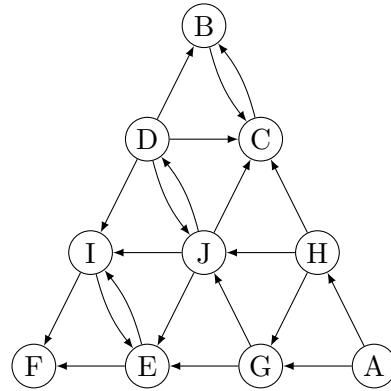
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

- 1    2    3    4    5    6    7    8    9

**Opgave 216 (4 %)****check**

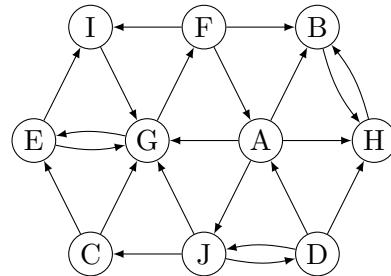
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

- 1    2    3    4    5    6    7    8    9

**Opgave 217 (4 %)****check**

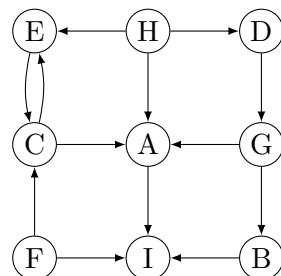
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

**Opgave 218 (4 %)****check**

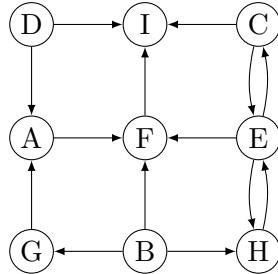
Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

**Opgave 219 (4 %)****check**

Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1 2 3 4 5 6 7 8 9

**Opgave 220 (4 %)****check**

Hvad er antallet af stærke sammenhængskomponenter i ovenstående graf?

1    2    3    4    5    6    7    8    9

**Amortiseret analyse****Opgave 221****check**

Antag en liste  $L$  bruges til at opbevare en mængde af forskellige tal. Følgende to operationer ønskes understøttet:  $\text{ADD}(x)$  tilføjer  $x$  til listen ( $x$  antages at være forskellig fra alle tal i listen), og  $\text{REMOVELARGERHALF}$  fjerner og returnerer de  $\lceil |L|/2 \rceil$  største elementer fra listen.  $\text{ADD}(x)$  tilføjer blot det nye element bagerst i listen  $L$  i worst-case  $O(1)$  tid.  $\text{REMOVELARGERHALF}$  anvender først deterministisk selektion til at finde det  $\lfloor |L|/2 \rfloor + 1$  mindste element  $e$  i  $L$  i worst-case  $O(|L|)$  tid, hvorefter  $L$  løbes igennem og alle elementer fjernes der er større end eller lig  $e$ .

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at begge operationer tager amortiseret  $O(1)$  tid.

Ja    Nej

$|L| \cdot \log |L|$

$2|L|$

$\log |L|$

$|L|$

$|L|^2$

$|L|/2$

**Opgave 222****check**

Antag at et array  $X$  af størrelse  $n$  indeholder to stakke  $S$  og  $T$ , henholdsvis af størrelse  $s$  og  $t$ , således at  $X[1..s] = S$  og  $X[n+1-t..n] = T$ , hvor toppen af de to stakke er henholdsvis  $X[s]$  og  $X[n+1-t]$ . Når  $X$  bliver fuld, dvs.  $s+t=n$ , allokeres et dobbelt så stort array til  $X$ , og  $S$  og  $T$  kopieres over i dette array.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at stakoperationerne PUSH og POP på de to stakke tager amortiseret  $O(1)$  tid.

Ja Nej

$$\max\{0, 2(s+t) - n\}$$

$$\max\{0, 2s + 3t - n\}$$

$$s+t$$

$$s+n-t$$

$$n-s-t$$

$$t-s$$

**Opgave 223****check**

Givet en sorteret liste  $L$  med  $N = 2^k - 1$  elementer, for et positivt heltal  $k$ , så kan man i  $O(N)$  tid konstruere et perfekt balanceret binært søgetræe indeholdende  $L$ . I det følgende antages at vi kun laver sletninger i søgetræet, som beskrevet i [CLRS, kapitel 12.3], dvs. sletninger forsøger ikke at holde træet balanceret. Lad  $n$  betegne det aktuelle antal elementer i træet. For at holde træets højde logaritmisk i  $n$ , genopbygges træet som et perfekt balanceret binært søgetræe i  $O(n)$  tid når halvdelen af elementerne er blevet slettet, dvs. når  $n < N/2$ , hvor  $N$  betegner antallet af elementer i træet sidste gang det blev genopbygget.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at slettelser tager amortiseret  $O(\log n)$  tid.

Ja Nej

$$(N-n) \cdot \log N$$

$$n$$

$$N$$

$$\log n$$

$$(N-n) \cdot \log n$$

$$N-n$$

**Opgave 224****check**

Betragt en liste  $L = (x_1, \dots, x_N)$  af  $N$  heltal, hvorpå vi kan udføre følgende to operationer: APPEND( $x$ ) tilføjer heltallet  $x$  til sidst i listen, og ADDPAIRS erstatter for alle  $i = 1.. \lfloor |L|/2 \rfloor$  det  $2i-1$ 'te og  $2i$ 'te tal med deres sum, således at den nye liste har længde  $\lceil |L|/2 \rceil$ . F.eks. resulterer ADDPAIRS på listen  $3, 5, 7, 4, 11, 2, 6$  i den nye liste  $8, 11, 13, 6$ . Worst-case tiden for APPEND og ADDPAIRS er henholdsvis  $O(1)$  og  $O(|L|)$ .

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at begge operationer tager amortiseret  $O(1)$  tid.

Ja Nej

$N \cdot \log N$

$N + \log N$

$N/2$

$\sqrt{N}$

$\log N$

$N$

**Opgave 225****check**

Betragt en uordnet liste af  $n$  heltal, hvor vi i  $O(1)$  tid kan indsætte et nyt heltal, og i  $O(n)$  tid kan udføre operationen NEGATEREMOVE, som fjerner alle ikke-positive tal ( $x \leq 0$ ) fra listen og erstatter ethvert positivt heltal  $y > 0$  med det tilsvarende negative heltal  $-y$ . NEGATEREMOVE( $3, -4, -2, 7, 6, -2$ ) =  $(-3, -7, -6)$ .

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at både indsættelser og NEGATEREMOVE tager amortiseret  $O(1)$  tid, hvor  $P$  er antal positive tal i listen og  $N$  er antal ikke-positive tal i listen.

Ja Nej

$P$

$N + P$

$N$

$N + 2P$

$2N + P$

$P + N/2$

**Opgave 226****check**

Betrægt et rød-sort søgeræt udvidet med operation  $\text{INSERTCUT}(x)$ , som indsætter elementet  $x$  i søgerætet og sletter alle elementer der er mindre end  $x$  fra søgerætet. Hvis indsættelsen sletter  $k$  elementer, så tager dette worst-case  $O((k + 1) \log n)$  tid, hvor  $n$  er antal elementer i træet før  $\text{INSERTCUT}$  udføres.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at  $\text{INSERTCUT}$  tager amortiseret  $O(\log n)$ .

Ja Nej

 $n$  $n \cdot \log n$  $\log n$  $k \cdot \log n$  $\sum_{i=1}^n \log i$ **Opgave 227****check**

Antag vi ønsker at gemme en mængde af  $n$  tal vha. hashing med linear probing i et array af størrelse  $N$ . Vi garanterer at arrayet altid er mellem  $1/4$  og  $3/4$  fyldt. Hvis der bliver færre end  $N/4$  eller flere end  $3N/4$  tal i mængden genindsætter vi alle tal i et nyt array af størrelse  $2n$ , dvs. det nye array er  $1/2$  fyldt.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at det totale antal genindsættelser i hashtabellerne er amortiseret  $O(1)$  per indsættelse og slettelse i mængden.

Ja Nej

 $N$  $N/2 - \min(n, N - n)$  $\min(n, N - n)$  $|2n - N|$  $N - n$  $4|N/2 - n|$ **Opgave 228****check**

En binær max-heap understøtter  $\text{INSERT}$  og  $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}$  på en max-heap med  $n$  elementer i worst-case  $O(\log n)$  tid.

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at  $\text{INSERT}$  tager amortiseret  $O(\log n)$  tid og  $\text{HEAP-EXTRACT-MAX}$  tager amortiseret  $O(1)$  tid.

Ja Nej

 $n \cdot \log n$  $(\log n)^2$  $n$  $\sum_{i=1}^n \log i$  $\log n$

**Opgave 229****check**

Betragt en binær max-heap implementeret i et array. Overløb håndteres ved at allokere et nyt array af dobbelt størrelse og kopiere indholdet af det gamle array til det nye array. Lad den aktuelle størrelse af arrayet være  $N$  og antallet af elementer i heapen  $n$ .

Angiv for hver af nedenstående funktioner om de er en potentialefunktion, hvormed man kan argumentere for at INSERT og HEAP-EXTRACT-MAX kræver amortiseret  $O(\log n)$  tid.

Ja Nej

$$N - 2n$$

$$\log(N/n)$$

$$|2n - N|$$

$$\max(0, 2n - N)$$

$$\log n$$

$$n$$

**Opgave 230****check**

Betragt en stak implementeret i et array, hvor overløb håndteres ved at allokere et nyt større array og kopiere indholdet af det gamle array til det nye array. Angiv den amortiserede tid for en PUSH operation, når det nye array har nedenstående størrelse  $N$  og  $n$  er antal elementer på stakken før PUSH operationen.

$$O(1) \quad O(\log n) \quad O(\sqrt{n}) \quad O(n)$$

$$N = n + \lceil \sqrt{n} \rceil$$

$$N = 3n$$

$$N = n + 1$$

$$N = \lceil \frac{3}{2}n \rceil$$

$$N = 2n$$

## Invarianter

### Opgave 231 (4 %)

check

Givet to ikke-negative heltal  $n$  og  $m$ , så beregner nedenstående algoritme  $n \cdot m$ .

**Algoritme** Multiplikation( $n$ )  
Inputbetingelse : Heltal  $n \geq 0$  og  $m \geq 0$   
Outputkrav :  $r = n_0 \cdot m_0$   
Metode :  $r \leftarrow 0$   
 $\{I\}$  **while**  $n > 0$  **do**  
    **if**  $n$  er ulige **then**  
         $r \leftarrow r + m$   
         $n \leftarrow n - 1$   
    **else**  
         $m \leftarrow m * 2$   
         $n \leftarrow n/2$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Multiplikation, hvor  $n_0$  og  $m_0$  angiver værdierne for henholdsvis  $n$  og  $m$  i starten.

Ja Nej

$$n_0 \cdot m_0 + r = n \cdot m$$

$$n_0 \cdot m_0 = r + n \cdot m$$

$$0 \leq m \leq m_0$$

$$0 \leq n \leq n_0$$

$$r = m \cdot n$$

**Opgave 232 (4 %)****check**

Givet et positive heltal  $x$  og  $y$ , så beregner nedenstående algoritme  $x^y$ .

**Algoritme** Power( $x, y$ )  
 Inputbetegnelse : Heltal  $x \geq 1$  og  $y \geq 1$   
 Outputkrav :  $r = x^y$   
 Metode :  $r \leftarrow 1$   
 $\quad \{I\}$  **while**  $y \geq 1$  **do**  
 $\quad \quad \quad$  **if**  $y$  ulige **then**  
 $\quad \quad \quad \quad \quad y \leftarrow y - 1$   
 $\quad \quad \quad \quad \quad r \leftarrow r * x$   
 $\quad \quad \quad$  **else**  
 $\quad \quad \quad \quad \quad y \leftarrow y/2$   
 $\quad \quad \quad \quad \quad x \leftarrow x * x$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Power, hvor  $x_0$  og  $y_0$  angiver start værdierne for  $x$  og  $y$ .

Ja Nej

$$\begin{aligned}r &= x_0^{y_0-y} \\x^y &= r \cdot x_0^{y_0} \\r &= x_0^{y_0} \\r &= x^y \\x_0^{y_0} &= r \cdot x^y\end{aligned}$$

**Opgave 233 (4 %)****check**

Givet et positivt heltal  $n$ , så beregner nedenstående algoritme  $n^2$ .

**Algoritme** Square( $n$ )  
 Inputbetegnelse : Heltal  $n \geq 1$   
 Outputkrav :  $r = n^2$   
 Metode :  $r \leftarrow 0$   
 $\quad i \leftarrow 0$   
 $\quad \{I\}$  **while**  $i < n$  **do**  
 $\quad \quad \quad i \leftarrow i + 1$   
 $\quad \quad \quad r \leftarrow r + i$   
 $\quad r \leftarrow 2 * r - n$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Square.

Ja Nej

$$\begin{aligned}r &\geq i \geq 0 \\i &\geq 0 \wedge r = i^2 \\0 &\leq r \leq n \\0 &\leq i \leq n \\i &\geq 0 \wedge r = i(i+1)/2\end{aligned}$$

**Opgave 234 (4 %)****check**

Givet et array  $A[1..n]$  indeholdende  $n \geq 1$  heltal og et heltal  $x$ , så beregner nedenstående algoritme antallet af forekomster af  $x$  i  $A$ , dvs.  $count(x, A) = |\{i \mid 1 \leq i \leq n \wedge A[i] = x\}|$ .

**Algoritme** Count( $x, A$ )Inputbetegnelse : Heltal  $x$  og array  $A[1..n]$  med  $n$  heltalOutputkrav :  $r = count(x, A)$ Metode :  $i \leftarrow 0$            $r \leftarrow 0$            $\{I\}$  **while**  $i < n$  **do**           $i \leftarrow i + 1$           **if**  $x = A[i]$  **then**           $r \leftarrow r + 1$ 

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for ovenstående algoritme Count.

Ja Nej

 $i \leq n$  $r = count(x, A[1..i + 1])$  $r = count(x, A[1..i])$  $r = 0$  $i < n$ **Opgave 235 (4 %)****check**

Antag at et sorteret array  $A[1..n]$  indeholder  $n \geq 2$  forskellige heltal, dvs.  $A[1] < A[2] < \dots < A[n - 1] < A[n]$ . Givet et positivt heltal  $x > 0$ , identificerer nedenstående algoritme om der findes  $1 \leq i < j \leq n$ , hvor  $x = A[j] - A[i]$ .

**Algoritme** FindDiff( $A[1..n], x$ )Inputbetegnelse : Sorteret array  $A[1..n]$  med  $n$  forskellige heltal, heltal  $x > 0$ Outputkrav :  $1 \leq i < j \leq n$ , hvor  $x = A[j] - A[i]$ ;  
ellers  $j > n$  hvis intet sådant par findesMetode :  $i \leftarrow 1;$   
           $j \leftarrow 1;$   
           $\{I\}$  **while**  $j \leq n$  **and**  $x \neq A[j] - A[i]$  **do**  
            **if**  $x > A[j] - A[i]$  **then**  
               $j \leftarrow j + 1$   
            **else**  
               $i \leftarrow i + 1$ 

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen FindDiff.

Ja Nej

for alle  $1 \leq i' < j' \leq n$  :  $(i' < i \vee j' < j) \Rightarrow x \neq A[j'] - A[i']$  $1 \leq i \leq j \leq n$  $i \leq j$ for alle  $1 \leq i' < j' \leq n$  :  $(i' \geq i \vee j' \geq j) \Rightarrow x \neq A[j'] - A[i']$  $x \neq A[j] - A[i]$

**Opgave 236 (4 %)****check**

Lad  $\|x\|$  betegne antal bit med værdien 1 i den binære repræsentation af et ikke-negativt heltal  $x$ , f.eks.  $\|14_{10}\| = \|1110_2\| = 3$ . Nedenstående algoritme beregner  $\|x\|$ .

**Algoritme Bits( $x$ )**  
Inputbetegelse : Heltal  $x \geq 0$   
Outputkrav :  $r = \|x\|$   
Metode :  $r \leftarrow 0;$   
               $\{I\}$  **while**  $x > 0$  **do**  
              **if**  $x$  ulige **then**  
                   $x \leftarrow x - 1;$   
                   $r \leftarrow r + 1$   
               $x \leftarrow x/2$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Bits, hvor  $x_0$  angiver den initiale værdi af  $x$ .

Ja Nej

- $r = \|x\|$
- $r + \|x\| = \|x_0\|$
- $\|x\| + 2^r = x_0$
- $r + \|x_0\| = \|x\|$
- $r + \|x\| \leq x_0$

**Opgave 237 (4 %)****check**

Nedenstående algoritme beregner den heltallige 2-tals-logaritme af  $n$ , dvs.  $\text{intlog}(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor$ .

**Algoritme Log2( $n$ )**

Inputbetingelse : Heltal  $n \geq 2$   
Outputkrav :  $r = \text{intlog}(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor$   
Metode :  
           $i \leftarrow 1;$   
           $r \leftarrow 1;$   
           $p \leftarrow 2;$   
          { $I$ } **while**  $2p \leq n$  **do**  
            **if**  $p * p \leq n$  **then**  
               $p \leftarrow p * p;$   
               $r \leftarrow 2 * r$   
            **else**  
               $p \leftarrow 2 * p;$   
               $r \leftarrow r + 1$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Log2.

Ja Nej

$$p = 2^r$$

$$p = 2r$$

$$1 \leq r < p$$

$$2p \leq n$$

$$p = 2^{\text{intlog}(p)}$$

**Opgave 238 (4 %)****check**

Antag at et array  $A[1..n - 1]$  indeholder  $n - 1$  forskellige tal fra mængden  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , hvor  $n \geq 2$ . Nedenstående algoritme Missing identificerer det element  $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  som ikke er i  $A$ .

**Algoritme** Missing( $A[1..n - 1]$ )

Inputbetingelse : Array  $A[1..n - 1]$  med  $n - 1 \geq 1$  forskellige heltal fra  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

Outputkrav :  $r \in \{1, 2, 3, \dots, n\} \setminus A$

Metode :  $i \leftarrow 1;$

$x \leftarrow 1;$

$y \leftarrow A[1];$

{ $I$ } **while**  $i < n - 1$  **do**

$i \leftarrow i + 1;$

$x \leftarrow x + i;$

$y \leftarrow y + A[i]$

$r \leftarrow n + x - y$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen Missing.

Ja Nej

$$x = i(i + 1)/2$$

$$i = i + 1$$

$$y = x - i + A[i]$$

$$y = \sum_{j=1}^i A[j]$$

$$1 \leq i \leq n - 1$$

**Opgave 239 (4 %)****check**

Antag at et array  $A[1..n]$  indeholder  $n \geq 1$  heltal. Positionen  $i$  i  $A$  siges at være *dominerende* hvis  $A[i] > A[j]$  for alle  $1 \leq j < i$ . Lad  $\text{dom}(A)$  angive antal dominerende positioner  $i$  i  $A$ , hvor  $1 \leq i \leq n$ . Nedenstående algoritme til venstre beregner  $\text{dom}(A)$ .

**Algoritme** Domination( $A$ )  
Inputbetegnelse : Array  $A[1..n]$  med  $n \geq 1$  heltal  
Outputkrav :  $r = \text{dom}(A)$   
Metode :  
 $i \leftarrow 1;$   
 $x \leftarrow A[1];$   
 $r \leftarrow 1;$   
 $\{I\} \text{ while } i < n \text{ do}$   
 $i \leftarrow i + 1;$   
 $\text{if } A[i] > x \text{ then}$   
 $x \leftarrow A[i];$   
 $r \leftarrow r + 1$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for algoritmen.

Ja Nej

 $r = \text{dom}(A[1..i])$  $x \geq A[i]$  $r = \text{dom}(A[1..n])$  $1 \leq i < n$  $x = A[i]$

**Opgave 240 (4 %)****check**

Antag  $A[1..n]$  er et sorteret array med  $n$  forskellige positive heltal. Lad  $\text{squares}(A)$  angive antal  $A[i]^2$  hvor  $A[i]^2$  også forekommer i  $A$ . F.eks. er  $\text{squares}(1, 3, 4, 7, 9, 16) = 3$ , da  $1^2 = 1$ ,  $3^2 = 9$  og  $4^2 = 16$ . Nedenstående algoritme Squares beregner  $\text{squares}(A)$ .

**Algoritme** Squares( $A[1..n]$ )

Inputbetingelse :  $A[1..n]$  array med  $n$  heltal  $0 < A[1] < A[2] < \dots < A[n]$

Outputkrav :  $r = \text{squares}(A)$

Metode :  $i \leftarrow 1;$

$j \leftarrow 1;$

$r \leftarrow 0;$

{ $I$ } **while**  $j \leq n$  **do**

**if**  $A[i]^2 < A[j]$  **then**  $i \leftarrow i + 1$

**if**  $A[i]^2 = A[j]$  **then**  $i \leftarrow i + 1$ ;  $j \leftarrow j + 1$ ;  $r \leftarrow r + 1$

**if**  $A[i]^2 > A[j]$  **then**  $j \leftarrow j + 1$

For hvert af følgende udsagn, angiv om de er en invariant  $I$  for ovenstående algoritme Squares. Det antages at  $A[0] = 0$  og  $A[n + 1] = +\infty$ .

Ja Nej

$$i \leq j$$

$$r = j - 1$$

$$1 \leq i \leq j \leq n$$

$$A[i - 1]^2 < A[j] \wedge r = \text{squares}(A[1..j])$$

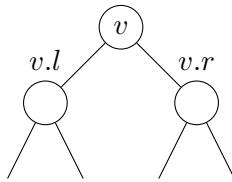
$$A[i - 1]^2 < A[j] \wedge r = \text{squares}(A[1..j - 1])$$

## Udvidede søgetræer

### Opgave 241 (4 %)

check

Betræt et rød-sort træ hvor hver knude gemmer et par af heltal ( $element, vægt$ ), og parrerne er sorteret fra venstre-mod-højre efter stigende  $element$  værdi. For en knude  $v$  i træet lader vi  $v.e$  og  $v.w$  betegne parret  $(e, w)$  gemt i knuden. Desuden gemmer  $v$  værdien  $v.W$  som er summen af vægtene i alle knuder i  $v$ 's undertræ, og  $v.prefix$  som er den maksimale sum af vægtene et præfiks af parrerne i  $v$ 's undertræ kan have (når parrerne sorteres efter element værdi).



Angiv hvorledes  $v.prefix$  kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse begge eksisterer).

$$v.prefix = \max(v.l.prefix, v.l.W + v.w, v.l.prefix + v.w + v.r.prefix)$$

$$v.prefix = \max(v.l.W, v.l.W + v.w, v.l.W + v.w + v.r.W)$$

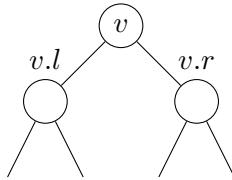
$$v.prefix = \max(v.l.prefix, v.W + v.r.prefix)$$

$$v.prefix = \max(v.l.prefix, v.l.W + v.w, v.l.W + v.w + v.r.prefix)$$

### Opgave 242 (4 %)

check

Et interval træ er et rød-sort træ hvor hver knude gemmer præcis ét interval ( $low, high$ ), og intervallerne er sorteret fra venstre-mod-højre efter stigende  $low$  værdi. For en knude  $v$  i træet ladet vi  $v.low$  og  $v.high$  betegne endepunkterne på intervallet gemt i knuden. Desuden gemmer  $v$  værdien  $v.max$  som er den maximale værdi i et interval gemt i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.max$  kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse begge eksisterer).

$$v.max = \max(v.r.max, v.high)$$

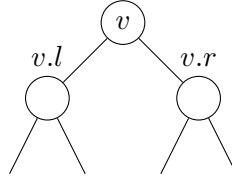
$$v.max = \max(v.l.high, v.high, v.r.high)$$

$$v.max = v.r.max$$

$$v.max = \max(v.r.max, v.l.max, v.high)$$

**Opgave 243 (4 %)****check**

Betræt et søgetræ hvor hver knude  $v$  gemmer et tal  $v.x$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i en knude  $v$  to værdier  $v.size$  og  $v.avg$ , som er henholdsvis antallet af elementer i  $v$ 's undertræ og gennemsnittet af alle tallene i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.size$  og  $v.avg$  kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse eksisterer).

$$v.size = v.l.size + v.r.size$$

$$v.size = v.size + v.l.size + v.r.size$$

$$v.size = 1 + (v.r.size - v.l.size)$$

$$v.size = 1 + v.l.size + v.r.size$$

$$v.avg = (v.x + v.l.avg * v.l.size + v.r.avg * v.r.size) / v.size$$

$$v.avg = (v.x + v.l.avg + v.r.avg) / v.size$$

$$v.avg = (v.x + v.l.avg + v.r.avg) / 3$$

$$v.avg = v.x + (v.l.avg + v.r.avg) / 2$$

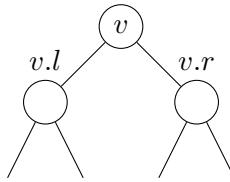
**Opgave 244 (4 %)****check**

Betræt en liste af  $n$  punkter  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , hvor  $x_i$  og  $y_i$  er reelle tal og  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Vi ønsker at finde en sammenhængende række af punkter

$$(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}), \dots, (x_{j-1}, y_{j-1}), (x_j, y_j),$$

hvor  $i \leq j$ , således at  $Y_{i,j} = \sum_{k=i}^j y_k = y_i + y_{i+1} + \dots + y_{j-1} + y_j$  er størst mulig. Vi ønsker for en dynamisk liste af punkter at vedligeholde denne maksimale sammenhængende  $y$ -sum, *maxysum*.

Betræt et søgetræe hvor hver knude  $v$  gemmer et punkt  $(v.x, v.y)$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i en knude  $v$ , der i undertræet indeholder punkterne  $(x_k, y_k), \dots, (x_\ell, y_\ell)$  fire værdier  $v.sum = Y_{k,\ell}$ ,  $v.maxysum = \max_{k \leq i \leq j \leq \ell} Y_{i,j}$ ,  $v.pre = \max\{0, \max_{k \leq j \leq \ell} Y_{k,j}\}$ , og  $v.suf = \max\{0, \max_{k \leq i \leq \ell} Y_{i,\ell}\}$ .



Angiv hvorledes  $v.sum$  og  $v.maxysum$  kan beregnes når den tilsvarende information (incl.  $pre$  og  $suf$ ) er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse eksisterer).

$$v.sum = v.l.suf + v.y + v.r.pre$$

$$v.sum = v.l.sum + v.r.sum$$

$$v.sum = v.l.sum + v.y + v.r.sum$$

$$v.sum = v.l.suf + v.r.pre$$

$$v.maxysum = \max\{v.l.maxysum, v.l.suf + v.r.pre, v.r.maxysum\}$$

$$v.maxysum = \max\{v.l.maxysum, v.y, v.r.maxysum\}$$

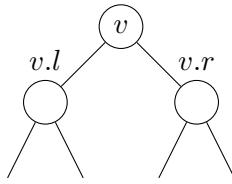
$$v.maxysum = \max\{v.l.maxysum, v.l.suf + v.y + v.r.pre, v.r.maxysum\}$$

$$v.maxysum = \max\{v.l.maxysum, v.r.maxysum\}$$

**Opgave 245 (4 %)****check**

Betræt en liste af  $n$  punkter  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , hvor  $x_i$  og  $y_i$  er reelle tal og  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Et punkt  $(x_i, y_i)$  er domineret af et punkt  $(x_j, y_j)$  hvis  $x_i \leq x_j$  og  $y_i \leq y_j$ . En liste af punkter er *dominans-fri* hvis og kun hvis intet punkt i listen er domineret af et andet punkt. F.eks. er listen  $(3, 7), (5, 3), (7, 6), (13, 4)$  ikke dominans-fri, da  $(5, 3)$  er domineret af  $(13, 4)$ . Vi ønsker for en dynamisk liste af punkter at vedligeholde udsagnet om listen er dominans-fri.

Betræt et søgetræ hvor hver knude  $v$  gemmer et punkt  $(v.x, v.y)$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i  $v$  også  $v.DF$  og  $v.miny$  og  $v.maxy$ , hvor  $v.DF$  er sand hvis og kun hvis mængden af punkterne i  $v$ 's undertræ er dominans-fri, og  $v.miny$  og  $v.maxy$  er den mindste og største  $y$  værdi gemt i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.miny$  og  $v.DF$  kan beregnes når den tilsvarende information (incl.  $maxy$ ) er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse eksisterer).

$$v.miny = v.l.miny$$

$$v.miny = \min\{v.l.miny, v.y, v.r.miny\}$$

$$v.miny = \min\{v.l.miny, v.r.miny\}$$

$$v.DF = v.l.DF \wedge v.r.DF \wedge v.y > v.l.miny \wedge v.y < v.r.maxy$$

$$v.DF = v.l.DF \wedge v.r.DF$$

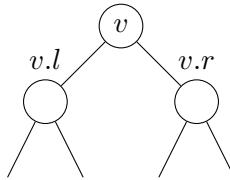
$$v.DF = v.l.DF \wedge v.r.DF \wedge v.y < v.l.miny \wedge v.y > v.r.maxy$$

$$v.DF = v.l.DF \wedge v.r.DF \wedge v.y < v.l.miny$$

**Opgave 246 (4 %)****check**

Betræt en liste af  $n$  par  $(x_1, c_1), \dots, (x_n, c_n)$ , hvor  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  er reelle tal og hvert  $c_i \in \{\text{Red}, \text{Green}, \text{Blue}\}$  er en farve.

Betræt et søgetræ hvor hver knude  $v$  gemmer et par  $(v.x, v.c)$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i en knude  $v$ , en sandhendsværdi  $v.\text{mono}$ , der angiver om alle elementer i  $v$ 's undertræ har samme farve, og mængden  $v.\text{missing}$  af de farver der *ikke* forekommer i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.\text{mono}$  og  $v.\text{missing}$  kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse begge eksisterer).

$$v.\text{mono} = v.l.\text{mono} \wedge v.r.\text{mono} \wedge v.l.c = v.r.c \wedge v.c = v.r.c$$

$$v.\text{mono} = v.l.\text{mono} \wedge v.r.\text{mono}$$

$$v.\text{mono} = v.l.\text{mono} \wedge v.r.\text{mono} \wedge v.l.c = v.r.c$$

$$v.\text{mono} = v.l.\text{mono} \wedge v.r.\text{mono} \wedge v.\text{mono}$$

$$v.\text{missing} = v.l.\text{missing} \cap v.r.\text{missing}$$

$$v.\text{missing} = \{v.c\} \cup v.l.\text{missing} \cup v.r.\text{missing}$$

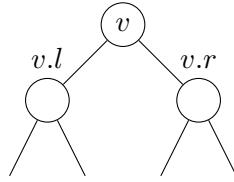
$$v.\text{missing} = v.l.\text{missing} \cup v.r.\text{missing}$$

$$v.\text{missing} = (v.l.\text{missing} \cap v.r.\text{missing}) \setminus \{v.c\}$$

**Opgave 247 (4 %)****check**

Givet en streng  $T$  indeholdende bogstaver og start- og slut-parenteser ( og ), antages at alle positionerne med parenteser er gemt i et søgetræ, sorteret fra venstre-mod-højre efter stigende position. En knude  $v$  gemmer en position  $v.p$  og den tilhørende parentes  $v.c = T[v.p]$  fra  $T$ . For  $T = "a)b(cd(x)dc(a"$  gemmes i træet  $\langle v.p, v.c \rangle$  parrene  $\langle 2, ) \rangle, \langle 4, () \rangle, \langle 7, () \rangle, \langle 9, () \rangle$  og  $\langle 12, () \rangle$ .

Vi ønsker at vedligeholde information om parenteserne er balancede. I ovenstående eksempel er parenteserne  $") (\underline{)}) ()$  ikke balancede, da kun de markerede parenteser går ud mod hinanden. De restende parenteser  $") (\ ("$  vil altid være  $R$  )-parenteser efterfulgt af  $L$  ( -parenteser, hvor  $R \geq 0$  og  $L \geq 0$ . I eksemplet har vi  $R = 1$  og  $L = 2$ . I en knude  $v$  i træet gemmes disse værdier  $v.R$  og  $v.L$  for delsekvensen af parenteserne i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.R$  kan beregnes når  $v.c = )$  og  $R$  og  $L$  værdierne er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse eksisterer).

$$v.R = v.l.R + v.r.R + 1 - v.l.L$$

$$v.R = v.l.R + 1 + v.r.R$$

$$v.R = v.l.R + \max\{0, v.r.R + 1 - v.l.L\}$$

$$v.R = v.l.R + 1 + \max\{0, v.r.R - v.l.L\}$$

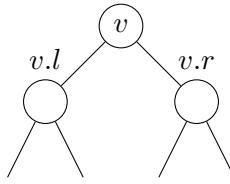
**Opgave 248 (4 %)****check**

For  $n$  tal  $x_1, \dots, x_n$  ønsker vi at beregne koefficienterne  $a$  og  $b$  til polynomiet

$$P(y) = \sum_{i=1}^n (x_i - y)^2 = n \cdot y^2 + a \cdot y + b.$$

F.eks. for  $x_1 = 2, x_2 = 3$ , og  $x_3 = 5$ , har vi polynomiet  $P(y) = (2-y)^2 + (3-y)^2 + (5-y)^2 = 3y^2 - 20y + 38$ , dvs.  $a = -20$  og  $b = 38$ .

Betrægt et søgetræ hvor hver knude  $v$  gemmer et tal  $v.x$ , og knuderne er ordnet venstre-mod-højre efter stigende  $v.x$ . Derudover gemmes i en knude  $v$  to værdier  $v.a$  og  $v.b$ , som er  $a$  og  $b$  koeffienterne for  $P(y)$  polynomiet defineret ved alle  $x$  værdierne i  $v$ 's undertræ.



Angiv hvorledes  $v.a$  og  $v.b$  kan beregnes når den tilsvarende information er kendt ved de to børn  $v.l$  og  $v.r$  (det kan antages at disse eksisterer).

$$v.a = v.l.a + v.r.a - 2 * v.x$$

$$v.a = v.l.a * v.r.a * (v.x)^2$$

$$v.a = v.l.a + v.r.a + v.x$$

$$v.a = v.l.a + v.r.a + (v.x)^2$$

$$v.b = v.l.b + v.r.b + 2 * v.x$$

$$v.b = v.l.b + v.r.b + v.x$$

$$v.b = v.l.b + v.r.b + (v.x)^2$$

$$v.b = v.l.b + v.r.b - 2 * v.x$$

## Diverse spørgsmål

### Opgave 249 (4 %)

**check**

Angiv for hver af følgende algoritmer best-case, worst-case og forventet køretid på input af størrelse  $n$ , hvor input kan indeholde identiske elementer.

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(2^n)$$

Forventet tid for MERGE-SORT

Forventet tid for QUICKSORT

Best-case tid for MERGE-SORT

Forventet tid for HEAPSORT

Worst-case tid for HEAPSORT

Worst-case tid for QUICKSORT

Best-case tid for QUICKSORT

Forventet tid for INSERTION-SORT

Worst-case tid for MERGE-SORT

Best-case tid for HEAPSORT

Worst-case tid for INSERTION-SORT

Best-case tid for INSERTION-SORT

### Opgave 250 (4 %)

**check**

Angiv worst-case tiden for HEAPSORT på et array med  $n$  *identiske* elementer.

$$\Theta(n\sqrt{n}) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(\sqrt{n})$$

### Opgave 251 (4 %)

**check**

Angiv hvor mange gange det *største element* i et array med  $n$  elementer i worst-case kan blive sammenlignet med andre elementer under udførslen af MERGE-SORT.

$$\Theta(n \log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(1) \quad \Theta(n) \quad \Theta(\log n)$$

**Opgave 252 (4 %)****check**

Givet et sorteret array  $A[1..n]$  ( $A[1] < A[2] < \dots < A[n]$ ) og et element  $x$ , så ønsker vi at finde indekset  $\ell$  således at  $A[\ell] \leq x < A[\ell + 1]$ . Det antages at  $A[1] \leq x < A[n]$ . Hvilken af følgende algoritmer er korrekt (kun linierne 2 og 4 varierer i algoritmerne).

|                                    |                                    |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $\ell = 1, h = n + 1$              | $\ell = 1, h = n + 1$              | $\ell = 1, h = n + 1$              | $\ell = 1, h = n + 1$              |
| <b>while</b> $\ell < h$            | <b>while</b> $\ell < h$            | <b>while</b> $\ell + 1 < h$        | <b>while</b> $\ell + 1 < h$        |
| $m = \lfloor (h + \ell)/2 \rfloor$ |
| <b>if</b> $A[m] > x$               | <b>if</b> $A[m] \leq x$            | <b>if</b> $A[m] \leq x$            | <b>if</b> $A[m] > x$               |
| $\ell = m$                         | $\ell = m$                         | $\ell = m$                         | $\ell = m$                         |
| <b>else</b>                        | <b>else</b>                        | <b>else</b>                        | <b>else</b>                        |
| $h = m$                            | $h = m$                            | $h = m$                            | $h = m$                            |

**Opgave 253 (4 %)****check**

Strassen's algoritme til multiplikation af kvadratiske  $n \times n$  matricer er en del-og-kombiner algoritme. Angiv hvilken rekursionsligning der beskriver udførelstiden af Strassen's algoritme

$$T(n) \leq 7 \cdot T(n/2) + c \cdot n$$

$$T(n) \leq 7 \cdot T(n/4) + c \cdot n^2$$

$$T(n) \leq 7 \cdot T(n/2) + c \cdot n^2$$

$$T(n) \leq 7 \cdot T(n/2) + c \cdot n^3$$

**Opgave 254 (4 %)****check**

Angiv worst-case udførelstiden for hver af følgende algoritmer når input er et array af størrelse  $n$ .

$$\Theta(1) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n^3)$$

INSERTION-SORT

BINARY-SEARCH

PARTITION

QUICKSORT

HEAPSORT

MERGE-SORT

**Opgave 255 (4 %)****check**

Selektionsalgoritmen til at finde det *ite* mindste element i et ikke-sorteret list i worst-case tid  $O(n)$  [CLRS, kapitel 9.3], deler input op i grupper af 5 elementer, finder rekursivt medianen af gruppernes medianer, bruger det fundne element som pivot til en opdeling, og kalder rekursivt på en af de to dele. Udførselstiden kan beskrives ved følgende rekursionsligning (afrunding ignoreres):

$$T(n) = T(n/5) + T(7n/10) + c \cdot n$$

Hvad bliver udførselstiden hvis man ændrer grupperne i algoritmen til at have størrelse 3 istedet for 5?

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n^2)$$

**Opgave 256 (4 %)****check**

For en binær max-heap af størrelse  $n$ , angiv best-case og worst-case udførselstid for følgende operationer.

$$\Theta(1) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n)$$

BUILD-MAX-HEAP, best-case

INSERT, worst-case

HEAP-EXTRACT-MAX, best-case

HEAP-EXTRACT-MAX, worst-case

INSERT, best-case

BUILD-MAX-HEAP, worst-case

**Opgave 257 (4 %)****check**

For QUICKSORT på input af størrelse  $n$ , og et givet element  $e$  i inputet, hvor mange sammenligninger vil dette element  $e$  indgå i under udførslen af QuickSort? Forventet antal sammenligninger er her forventet antal sammenligninger for en tilfældig permutation af input.

$$\Theta(1) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2)$$

Forventet antal sammenligninger

Best-case antal sammenligninger

Worst-case antal sammenligninger

**Opgave 258 (4 %)****check**

Hvilke af følgende udsagn er sande for alle binære søgetræer med  $n$  elementer.

Ja Nej

Elementet i et blad er altid  $\leq$  elementet i roden

Langs stien fra roden til det største element, er elementerne voksende

Elementer med samme dybde i træet er sorteret fra venstre-mod-højre

Det højre barn til en knude med rang  $r$  har rang  $r + 1$

Længste rod-til-blad sti indeholder  $O(\log n)$  knuder

**Opgave 259 (4 %)****check**

Betrægt en  $n \times n$  matrix  $M$  af heltal, hvor alle rækker og søjler er voksende, dvs.  $M[i, j] \leq M[i', j']$  for alle  $1 \leq i \leq i' \leq n$  og  $1 \leq j \leq j' \leq n$ .

Hvad er den bedste worst-case tid man kan opnå for at søge efter et heltal i  $M$ ?

$O(n)$   $O(\log n)$   $O(\sqrt{n})$   $O(n\sqrt{n})$   $O((\log n)^2)$   $O(n^2)$   $O(n \log n)$

**Opgave 260 (4 %)****check**

Betrægt en kø implementeret i et cyklisk array  $Q$ , hvor  $Q.head$  angiver hovedet af køen og  $Q.tail$  er den næste ledige plads i køen (som beskrevet i [CLRS]).

Hvilke af følgende udtryk beregner korrekt størrelsen af køen?

Ja Nej

$|Q.tail - Q.head|$

$|Q.tail - Q.head| \bmod Q.length$

$Q.tail - Q.head$

$(Q.tail - Q.head + Q.length) \bmod Q.length$

$(Q.tail - Q.head + Q.length - 1) \bmod Q.length$

**Opgave 261 (4 %)****check**

Betrægt et vilkårligt binært søgetræ, og lad  $k$  være et element i et blad i søgetræet. Lad  $B$  være alle elementerne på stien fra roden ned til  $k$ , og lad  $A$  være alle elementer til venstre for stien, og  $C$  alle elementer til højre for stien. Gælder følgende udsagn altid for alle  $a \in A$ ,  $b \in B$  og  $c \in C$ ?

Ja Nej

$a \leq b$

$b \leq c$

$a \leq c$

**Opgave 262 (4 %)****check**

Givet to søgetræer  $T_1$  og  $T_2$  indeholdende de samme  $n$  elementer, så kan  $T_1$  transformeres til  $T_2$  ved en række rotationer. Hvad er worst-case antallet af rotationer der er krævet for at transformere et søgetræ med  $n$  elementer til et andet søgetræ  $T_2$  indeholdende de samme  $n$  elementer?

$$\Theta(\log n) \quad \Theta(n^2) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n)$$

**Opgave 263 (4 %)****check**

Angiv for hver af nedenstående summer deres værdi i  $\Theta$ -notationen. Det antages at  $n$  er en potens af to.

$$\Theta(n) \quad \Theta(n \log n) \quad \Theta(n^2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{i=0 \\ n}}^{\log n} 2^i &= 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + n \\ \sum_{\substack{i=1 \\ n}}^n \log i &= \log 1 + \log 2 + \log 3 + \cdots + \log n \\ \sum_{\substack{i=1 \\ n}}^n i &= 1 + 2 + 3 + \cdots + n \\ \sum_{\substack{i=0 \\ n}}^{\log n} \frac{n}{2^i} &= n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{8} \cdots + \frac{n}{n} \\ \sum_{\substack{i=1 \\ n}}^{\log n} i \frac{n}{2^i} &= 1 \frac{n}{2^1} + 2 \frac{n}{2^2} + 3 \frac{n}{2^3} \cdots + \log n \frac{n}{2^{\log n}} \end{aligned}$$

**Opgave 264 (4 %)****check**

Betrægt varianten af den binære max-heap, hvor hver knude har  $d$  børn istedet for to, og hvor  $d \geq 2$  er en parameter. Hvad er tiden for INSERT og EXTRACT-MAX udtrykt som funktion af  $n$  og  $d$ .

$$\Theta(d) \quad \Theta(\log_2 n) \quad \Theta(\log_d n) \quad \Theta(d \log_2 n) \quad \Theta(d \log_d n)$$

INSERT

EXTRACT-MAX

**Opgave 265 (4 %)****check**

Betrægt en binær max-heap med  $n = 2^k - 1$  forskellige elementer, for et heltal  $k \geq 1$ .

Hvor mange forskellige knuder i max-heapen kan det mindste element være placeret i?

$$1 \quad n \quad k \quad k-1 \quad 2^k-1 \quad 2^{k-1}$$

**Opgave 266 (4 %)****check**

Hvor mange gange kaldes RANDOMIZED-PARTITION i RANDOMIZED-SELECT på et array af størrelse  $n$ ?

$\Theta(1) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n)$

Flest antal kald (worst case)

Forventede antal kald

Færrest antal kald (best case)

**Opgave 267 (4 %)****check**

Lad  $v$  være en knude i et rød-sort søgetræ, og antag der er  $n$  elementer i  $v$ 's venstre undertræ. Hvor mange elementer kan der så maksimalt være i  $v$ 's højre undertræ, dvs. hvor ubalanceret kan en knude  $v$  være i et rød-sort søgetræ?

$\Theta(n^2) \quad \Theta(2^n) \quad \Theta(n\sqrt{n}) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n)$

**Opgave 268 (4 %)****check**

Antag et array  $A[1..n]$  repræsenterer en binær max-heap indeholdende  $n$  elementer. Hvor hurtigt kan man konstruere et søgetræ (ikke nødvendigvis balanceret) indeholdende elementerne  $A[1..n]$ ?

$\Theta(n^2) \quad \Theta(\log n) \quad \Theta(n) \quad \Theta(n \log n)$

## Løkke opgaver

### Opgave 269

check

**Algoritme loop1( $n$ )**   **Algoritme loop2( $n$ )**   **Algoritme loop3( $n$ )**

|                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $i = 1$                 | $i = 1$                 | $i = 1$                 |
| <b>while</b> $i \leq n$ | <b>while</b> $i \leq n$ | <b>while</b> $i \leq n$ |
| $j = 1$                 | $j = 1$                 | $j = i$                 |
| <b>while</b> $j \leq i$ | <b>while</b> $j \leq n$ | <b>while</b> $j \leq n$ |
| $j = 2 * j$             | $j = 2 * j$             | $j = 2 * j$             |
| $i = 2 * i$             | $i = 2 * i$             | $i = 2 * i$             |

**Algoritme loop4( $n$ )**   **Algoritme loop5( $n$ )**   **Algoritme loop6( $n$ )**

|                           |                                  |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $i = n$                   | $s = 1$                          | $s = 1$                          |
| <b>while</b> $i > 0$      | <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ | <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ |
| $j = i$                   | $j = 1$                          | $j = s$                          |
| <b>while</b> $j > 0$      | <b>while</b> $j \leq s$          | <b>while</b> $j > 0$             |
| $j = \lfloor j/2 \rfloor$ | $j = j + 1$                      | $s = s + 1$                      |
| $i = \lfloor i/2 \rfloor$ | $s = 2 * s$                      | $j = j - 1$                      |

**Algoritme loop7( $n$ )**   **Algoritme loop8( $n$ )**   **Algoritme loop9( $n$ )**

|                         |                         |                           |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| $i = 1$                 | $i = 1$                 | $i = 1$                   |
| $p = 1$                 | $j = n$                 | $j = n$                   |
| <b>while</b> $p \leq n$ | <b>while</b> $i \leq j$ | <b>while</b> $i \leq j$   |
| $i = i + 1$             | $i = 4 * i$             | $i = i * 2$               |
| $p = p * i$             | $j = 2 * j$             | $j = \lfloor j/2 \rfloor$ |

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n^2)$     $\Theta(n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\frac{\log n}{\log \log n})$     $\Theta(2^n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

**Opgave 270****check****Algoritme** loop1( $n$ )    **Algoritme** loop2( $n$ )    **Algoritme** loop3( $n$ )
 $i = 1$   
**while**  $i * i \leq n$   
 $i = i + i$ 
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $i = 2 * i$ 
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $i = 3 * i$ 
**Algoritme** loop4( $n$ )    **Algoritme** loop5( $n$ )    **Algoritme** loop6( $n$ )
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $i = i + i$ 
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n * n$   
 $i = 2 * i$ 
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n * n$   
 $i = 3 * i$ 
**Algoritme** loop7( $n$ )    **Algoritme** loop8( $n$ )    **Algoritme** loop9( $n$ )
 $i = n$   
**while**  $i > 0$   
    **if**  $i$  ulige **then**  
         $i = i - 1$   
    **else**  
         $i = i / 2$ 
 $s = n$   
**while**  $s > 0$   
 $s = \lfloor s/2 \rfloor$ 
 $i = 2$   
**while**  $i \leq n$   
 $i = i * i$ 
Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.
 $\Theta(\log \log n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n\sqrt{n})$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n)$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

## Opgave 271

**check****Algoritme** loop1( $n$ )    **Algoritme** loop2( $n$ )    **Algoritme** loop3( $n$ )

|                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $s = 2$                 | $i = 0$                 | $i = 0$                 |
| <b>while</b> $s \leq n$ | $s = 0$                 | $s = 0$                 |
| $s = s * s$             | $q = 0$                 | <b>while</b> $s \leq n$ |
|                         | <b>while</b> $q \leq n$ | $i = i + 1$             |
|                         | $i = i + 1$             | $s = s + i$             |
|                         | $s = s + i$             |                         |
|                         | $q = q + s$             |                         |

**Algoritme** loop4( $n$ )    **Algoritme** loop5( $n$ )    **Algoritme** loop6( $n$ )

|                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $i = 1$                 | $j = n$                 | $s = 0$                 |
| $j = 1$                 | $i = 1$                 | $i = 1$                 |
| $s = 0$                 | <b>while</b> $j \geq 0$ | <b>while</b> $s \leq n$ |
| <b>while</b> $s \leq n$ | $j = j - i$             | $s = s + i$             |
| <b>while</b> $j \leq s$ | $i = i + 1$             | $i = i + 1$             |
|                         | $j = 2 * j$             |                         |
| $s = s + i$             |                         |                         |
| $i = i + 1$             |                         |                         |

**Algoritme** loop7( $n$ )    **Algoritme** loop8( $n$ )    **Algoritme** loop9( $n$ )

|                         |                                  |                         |
|-------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| $i = 1$                 | <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ | $i = 0$                 |
| <b>while</b> $i \leq n$ | $j = i$                          | $j = n$                 |
| $j = 1$                 | <b>while</b> $j \leq n$          | <b>while</b> $i \leq j$ |
| $k = 1$                 | $j = 2 * j$                      | $i = i + 1$             |
| <b>while</b> $k \leq n$ |                                  | $j = j - 1$             |
|                         | $j = j + 1$                      |                         |
|                         | $k = k + j$                      |                         |
| $i = 2 * i$             |                                  |                         |

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.
 $\Theta(\sqrt{n} \log n)$     $\Theta(\log \log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(\sqrt[3]{n})$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n^2)$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

**Opgave 272****check****Algoritme** loop1( $n$ )
 $i = 1$   
 $j = 0$   
**while**  $i \leq n$   
 $i = i + i$   
**while**  $j < i$   
 $j = j + 1$ 
**Algoritme** loop2( $n$ )
 $i = 1$   
 $j = 1$   
**while**  $i \leq n$   
**while**  $j \leq i$   
 $j = j + 1$   
 $i = 2 * i$ 
**Algoritme** loop3( $n$ )
 $i = 1$   
 $s = 0$   
**while**  $s \leq n$   
 $j = 1$   
**while**  $j \leq i$   
 $j = j + 1$   
 $s = s + i$   
 $i = i + 1$ 
**Algoritme** loop4( $n$ )
 $i = 1$   
 $s = 1$   
**while**  $s \leq n * n$   
 $i = i + 1$   
 $s = s + i$   
 $i = 2 * i$ 
**Algoritme** loop5( $n$ )
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $j = 0$   
**while**  $j \leq i$   
 $j = j + 1$   
 $i = 2 * i$ 
**Algoritme** loop6( $n$ )
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $j = 0$   
**while**  $j \leq n$   
 $j = j + i$   
 $i = 2 * i$ 
**Algoritme** loop7( $n$ )
 $i = 1$   
**while**  $i \leq n$   
 $j = 1$   
**while**  $j \leq i$   
 $j = j + 1$   
 $i = 2 * i$ 
**Algoritme** loop8( $n$ )
 $i = n$   
**while**  $i > 0$   
 $i = i - 1$ 
**Algoritme** loop9( $n$ )
 $i = n$   
**while**  $i \geq 1$   
 $j = i$   
**while**  $j \leq n$   
 $j = 2 * j$   
 $i = i - 1$ 

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

 $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(2^n)$     $\Theta(n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(\sqrt{n} \log n)$     $\Theta(n^2)$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

## Opgave 273

**check****Algoritme** loop1( $n$ )

```

 $s = 0$ 
 $i = 1$ 
while  $i * i \leq n$ 
    for  $j = 1$  to  $i$ 
         $s = s + 1$ 
     $i = i + 1$ 

```

**Algoritme** loop2( $n$ )

```

 $s = 0$ 
 $i = n$ 
while  $i > 1$ 
    for  $j = 1$  to  $i$ 
         $s = s + 1$ 
     $i = \lfloor i/2 \rfloor$ 

```

**Algoritme** loop3( $n$ )

```

 $s = 1$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme** loop4( $n$ )

```

 $s = 1$ 
for  $i = n$  to 1 step -1
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme** loop5( $n$ )

```

 $s = 1$ 
 $i = 1$ 
while  $i \leq n$ 
    for  $j = 1$  to  $i$ 
         $s = s + 1$ 
     $i = 2 * i$ 

```

**Algoritme** loop6( $n$ )

```

 $s = 1$ 
while  $s \leq n$ 
    for  $j = 1$  to  $i$ 
         $s = s + 1$ 

```

**Algoritme** loop7( $n$ )

```

for  $i = 1$  to  $n$ 
     $j = 0$ 
    while  $j \leq n$ 
         $j = j + i$ 

```

**Algoritme** loop8( $n$ )

```

for  $i = 1$  to  $n$ 
     $j = 1$ 
    while  $j \leq i$ 
         $j = 2 * j$ 

```

**Algoritme** loop9( $n$ )

```

for  $i = 1$  to  $n$ 
     $j = 1$ 
    while  $j \leq n$ 
         $j = 2 * j$ 

```

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt[3]{n})$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(\log \log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta((\log n)^2)$

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

**Opgave 274****check****Algoritme loop1( $n$ )    Algoritme loop2( $n$ )    Algoritme loop3( $n$ )**

|                                  |                           |                                  |
|----------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| <b>for</b> $i = 1$ <b>to</b> $n$ | $i = 0$                   | $i = 1$                          |
| $j = i$                          | <b>while</b> $i \leq n$   | $j = 1$                          |
| <b>while</b> $j > 1$             | $j = i$                   | $s = 0$                          |
| $j = \lfloor j/2 \rfloor$        | <b>while</b> $j > 0$      | <b>while</b> $i \leq n$          |
|                                  | $j = \lfloor j/2 \rfloor$ | <b>if</b> $i = j$ <b>then</b>    |
|                                  | $i = i + 1$               | <b>for</b> $k = 1$ <b>to</b> $n$ |
|                                  |                           | $s = s + 1$                      |
|                                  |                           | $j = 2 * j$                      |
|                                  |                           | $i = i + 1$                      |

**Algoritme loop4( $n$ )    Algoritme loop5( $n$ )    Algoritme loop6( $n$ )**

|                                  |                         |                         |
|----------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $i = 1$                          | $i = 1$                 | $i = 1$                 |
| $s = 0$                          | <b>while</b> $i \leq n$ | <b>while</b> $i \leq n$ |
| <b>while</b> $i \leq n$          | $j = 0$                 | $j = 1$                 |
| <b>for</b> $j = i$ <b>to</b> $n$ | <b>while</b> $j \leq n$ | <b>while</b> $j \leq i$ |
| $s = s + 1$                      | $j = j + 1$             | $j = 2 * j$             |
| $i = i + i$                      | $i = 2 * i$             | $i = i + 1$             |

**Algoritme loop7( $n$ )    Algoritme loop8( $n$ )    Algoritme loop9( $n$ )**

|                         |                         |                                  |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| $i = 1$                 | $i = 1$                 | $s = 0$                          |
| <b>while</b> $i \leq n$ | <b>while</b> $i \leq n$ | $i = n$                          |
| $j = i$                 | $j = n$                 | <b>while</b> $i > 1$             |
| <b>while</b> $j \leq n$ | <b>while</b> $j > 1$    | <b>for</b> $j = 1$ <b>to</b> $n$ |
| $j = j + 1$             | $j = j - 1$             | $s = s + 1$                      |
| $i = 2 * i$             | $i = 2 * i$             | $i = \lfloor i/2 \rfloor$        |

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførselstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.
 $\Theta(n \log n)$     $\Theta(n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(\sqrt{n} \log n)$     $\Theta(n\sqrt{n})$ 

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

**Opgave 275****check****Algoritme** loop1( $n$ )

```
for  $i = 0$  to  $n$ 
     $j = 0$ 
     $s = 0$ 
    while  $s \leq i$ 
         $j = j + 1$ 
         $s = s + j$ 
```

**Algoritme** loop4( $n$ )

```
 $i = 0$ 
 $j = 0$ 
while  $i \leq n$ 
    if  $i < j$  then
         $i = i + 1$ 
    else
         $j = j + 1$ 
     $i = 0$ 
```

**Algoritme** loop7( $n$ )

```
 $s = 0$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
    for  $j = 1$  to  $n$ 
        if  $i = j$  then
            for  $k = 1$  to  $n$ 
                 $s = s + 1$ 
```

**Algoritme** loop2( $n$ )

```
for  $i = 1$  to  $n$ 
     $j = 1$ 
    while  $j \leq i$ 
         $j = j + 1$ 
```

**Algoritme** loop3( $n$ )

```
for  $i = 1$  to  $n$ 
     $j = i$ 
    while  $j > 0$ 
         $j = j - 1$ 
```

**Algoritme** loop5( $n$ )

```
 $i = 1$ 
while  $i \leq n$ 
     $j = 1$ 
    while  $j \leq i$ 
         $j = j + 1$ 
     $i = i + 1$ 
```

**Algoritme** loop6( $n$ )

```
 $i = 1$ 
while  $i \leq n$ 
     $j = 1$ 
    while  $j \leq n$ 
         $j = j + 1$ 
     $i = i + 1$ 
```

**Algoritme** loop8( $n$ )

```
 $s = 0$ 
 $i = n$ 
while  $i > 0$ 
    for  $j = 1$  to  $i$ 
         $s = s + 1$ 
     $i = i - 1$ 
```

**Algoritme** loop9( $n$ )

```
 $s = 1$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
    for  $j = 1$  to  $n$ 
         $s = s + 1$ 
```

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta(n\sqrt{n})$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(n \log n)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n^2 \cdot \log n)$     $\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(n)$     $\Theta(n^2)$

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8

loop9

**Opgave 276****check****Algoritme loop1( $n$ )**

```

 $s = 1$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = 1$  to  $n$ 
     $s = s + 1$ 
  for  $k = 1$  to  $n$ 
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop2( $n$ )**

```

 $s = 1$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = i$  to  $n$ 
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop3( $n$ )**

```

 $s = 1$ 
for  $i = n$  to 1 step -1
  for  $j = n$  to 1 step -1
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop4( $n$ )**

```

for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = 1$  to  $i$ 
     $k = 1$ 
    while  $k \leq i + j$ 
       $k = 2 * k$ 

```

**Algoritme loop5( $n$ )**

```

 $s = 0$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = 1$  to  $i * i$ 
     $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop6( $n$ )**

```

 $s = 0$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = 1$  to  $n$ 
    for  $k = 1$  to  $n$ 
       $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop7( $n$ )**

```

 $s = 0$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
  for  $j = i$  to  $n$ 
    for  $k = i$  to  $j$ 
       $s = s + 1$ 

```

**Algoritme loop8( $n$ )**

```

 $s = 0$ 
 $j = 0$ 
for  $i = 1$  to  $n$ 
   $j = j + i$ 
  for  $k = 1$  to  $j$ 
     $s = s + 1$ 

```

Angiv for hver af ovenstående algoritmer udførelstiden som funktion af  $n$  i  $\Theta$ -notation.

$\Theta((\log n)^2)$     $\Theta(\sqrt{n})$     $\Theta(n^3)$     $\Theta(n)$     $\Theta(n^2 \cdot \log n)$     $\Theta(\log n)$     $\Theta(n^2)$     $\Theta(n \log n)$

loop1

loop2

loop3

loop4

loop5

loop6

loop7

loop8