

Opgave 1: Algoritme Square

Algoritme Square(n)

Inputbetingelse : heltal $n \geq 1$

Outputkrav : $r = n^2$

Metode : $i \leftarrow 1$;

$r \leftarrow 1$;

$\{I\}$ **while** $i < n$ **do**

$i \leftarrow i + 1$;

$r \leftarrow r + i$

$r \leftarrow 2 * r - n$

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme Square.

	Ja	Nej
$i < n$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r = i^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r = n(n + 1)/2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r = i(i + 1)/2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$r \geq i \geq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 2: Algoritme Majoritet

Hvis et array $A[1..n]$ indeholder et element $A[j]$, der forekommer flere end $n/2$ gange i A , så siges $A[j]$ at være et *majoritetselement*.

Algoritme Majoritet($A[1..n]$)

Inputbetingelse : Array $A[1..n]$ med n heltal, hvor $n \geq 1$ og
ét tal forekommer $> n/2$ gange i A

Outputkrav : j , hvor $A[j]$ er majoritetselementet

Metode : $i \leftarrow 1$;

$j \leftarrow 1$;

$c \leftarrow 1$;

{I} while $i < n$ **do**

$i \leftarrow i + 1$;

if $c = 0$ **then**

$j \leftarrow i$;

$c \leftarrow 1$

else if $A[i] = A[j]$ **then**

$c \leftarrow c + 1$

else

$c \leftarrow c - 1$

For hvert af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme Majoritet. For $1 \leq k \leq i$, lad $\text{count}(k, i)$ betegne antal forekomster af $A[k]$ i $A[1..i]$, dvs. $\text{count}(k, i) = |\{\ell \mid 1 \leq \ell \leq i \wedge A[\ell] = A[k]\}|$.

	Ja	Nej
$c = \text{count}(j, i)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$c \leq \text{count}(j, i)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$c = i - j$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \text{count}(j, i) - c \leq i \wedge 2 \cdot \text{count}(k, i) + c \leq i$, for $A[k] \neq A[j]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 3: Algoritme Power3

Givet et positivt heltal n , så beregner nedenstående algoritme n^3 . For at vise gyldigheden af algoritmen skal I_i , I_s og I_r være invarianter omkring variable i , s og r . Angiv invarianter hvormed gyldigheden af algoritmen kan bevises.

Algoritme Power3(n)

Inputbetingelse : Heltal $n \geq 1$

Outputkrav : $r = n^3$

Metode : $i \leftarrow 1$;

$s \leftarrow 1$;

$r \leftarrow 1$;

$\{I_i \wedge I_s \wedge I_r\}$ **while** $i < n$ **do**

$i \leftarrow i + 1$;

$s \leftarrow s + 2i - 1$;

$r \leftarrow r + 3s - 3i + 1$

Svar I_i : _____

Svar I_s : _____

Svar I_r : _____