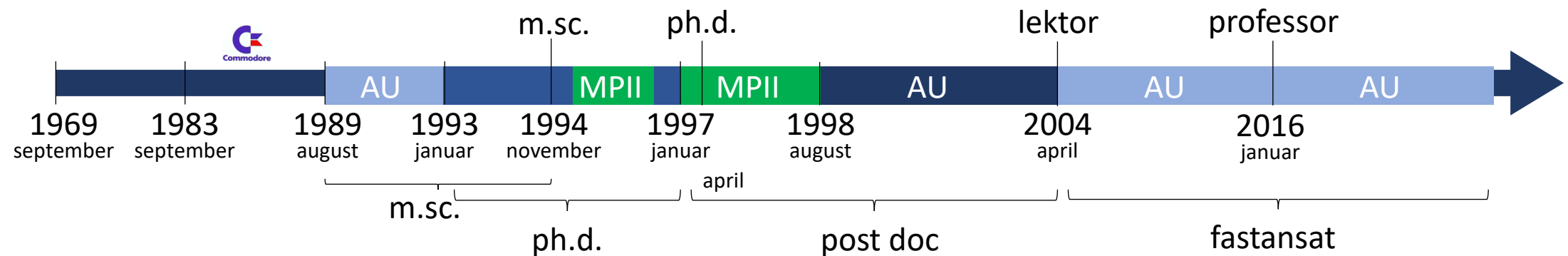


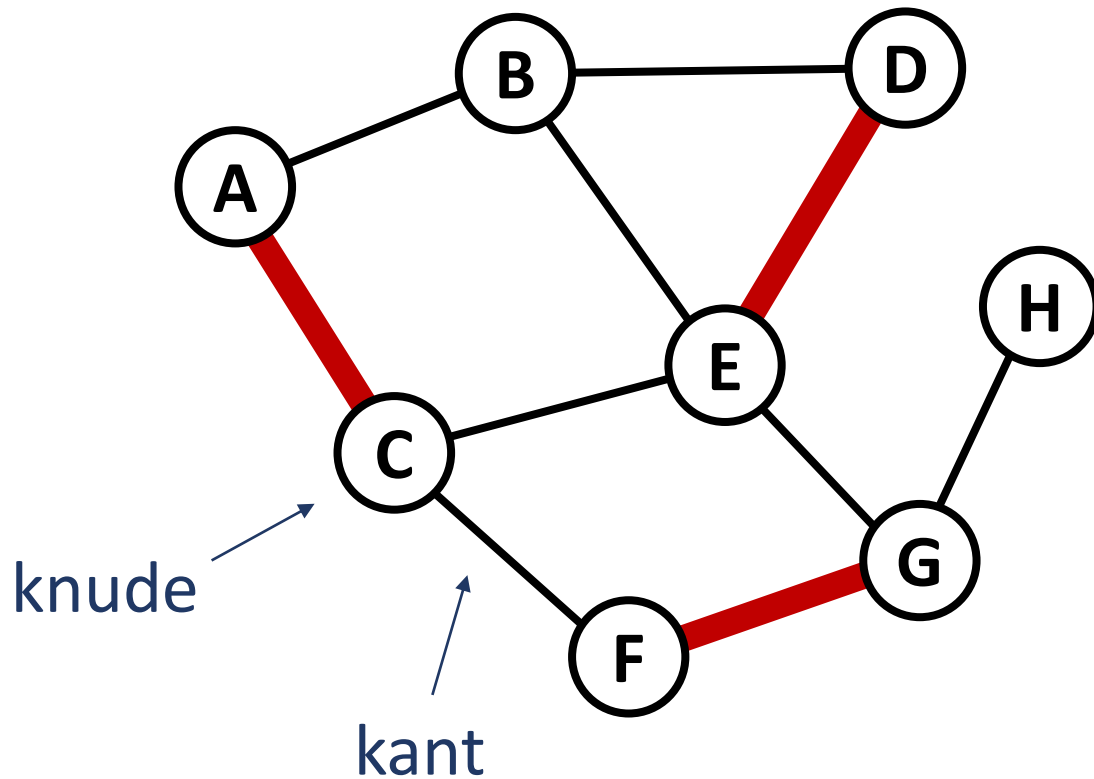
Parringer (matchings) i grafer

Gerth Stølting Brodal

Gerth Stølting Brodal

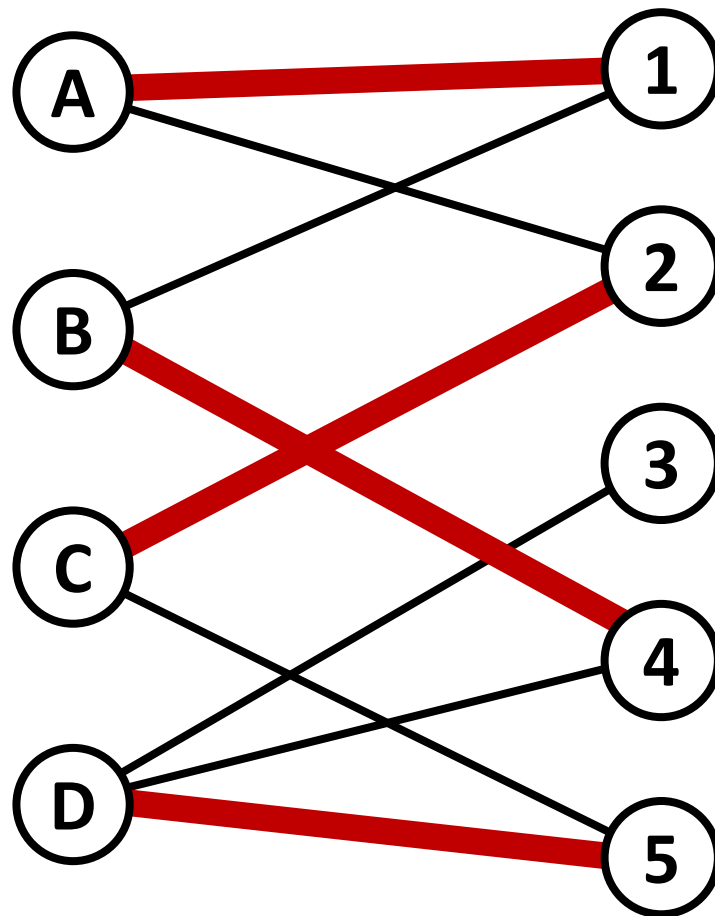


Grafer og parringer

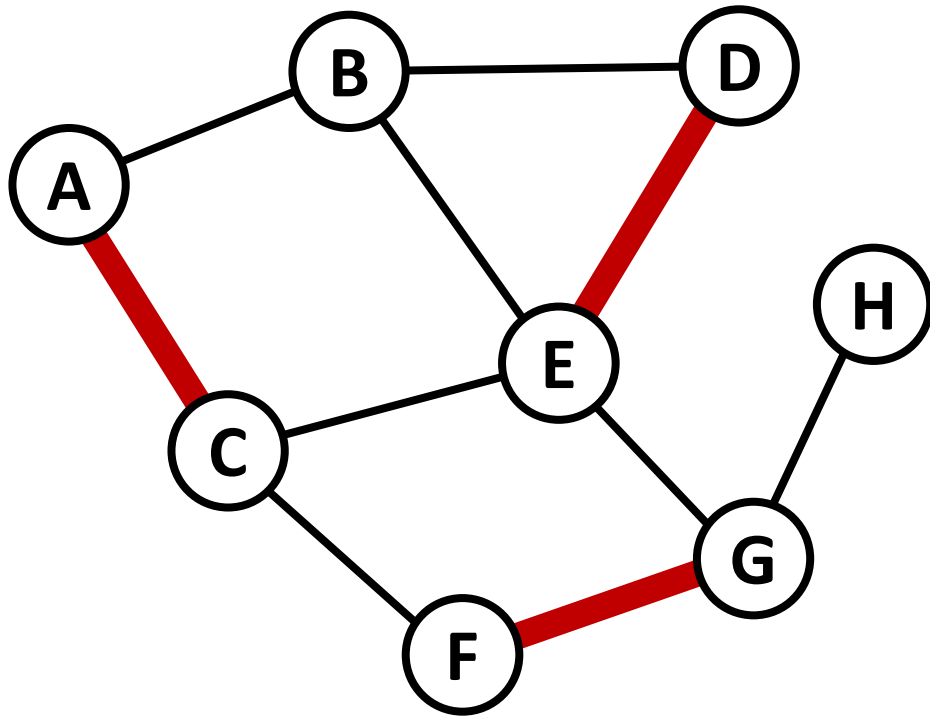


- **Graf** = knuder + kanter, en kant forbinder to knuder
- **Parring** = delmængde af kanterne, så hver knude højst indgår i én kant i parringen

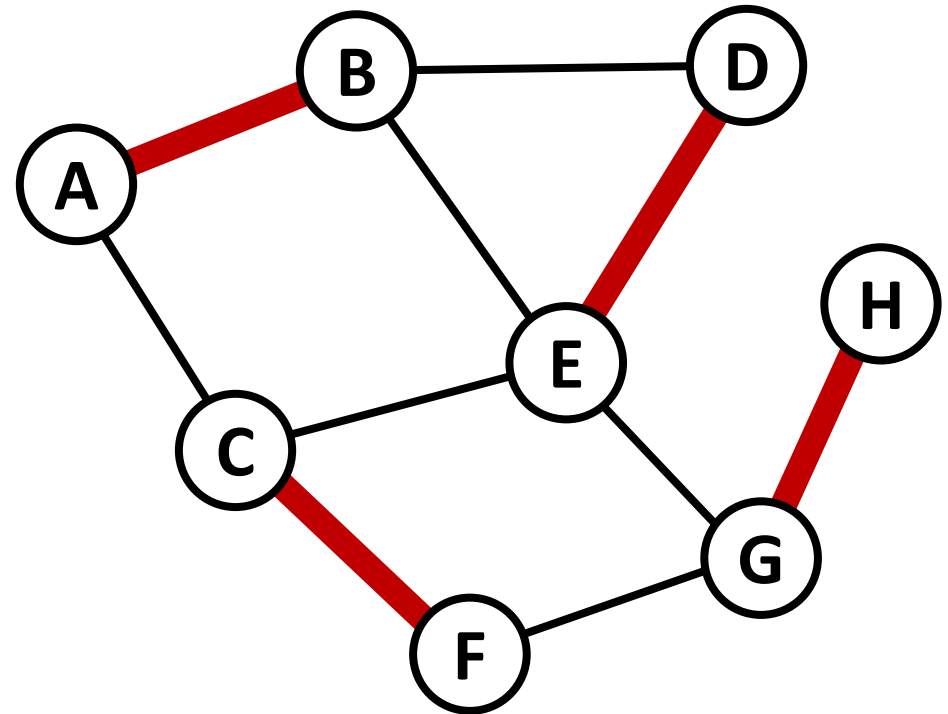
Parringer i todelte grafer (special tilfælde)



Maksimal og maksimum parring



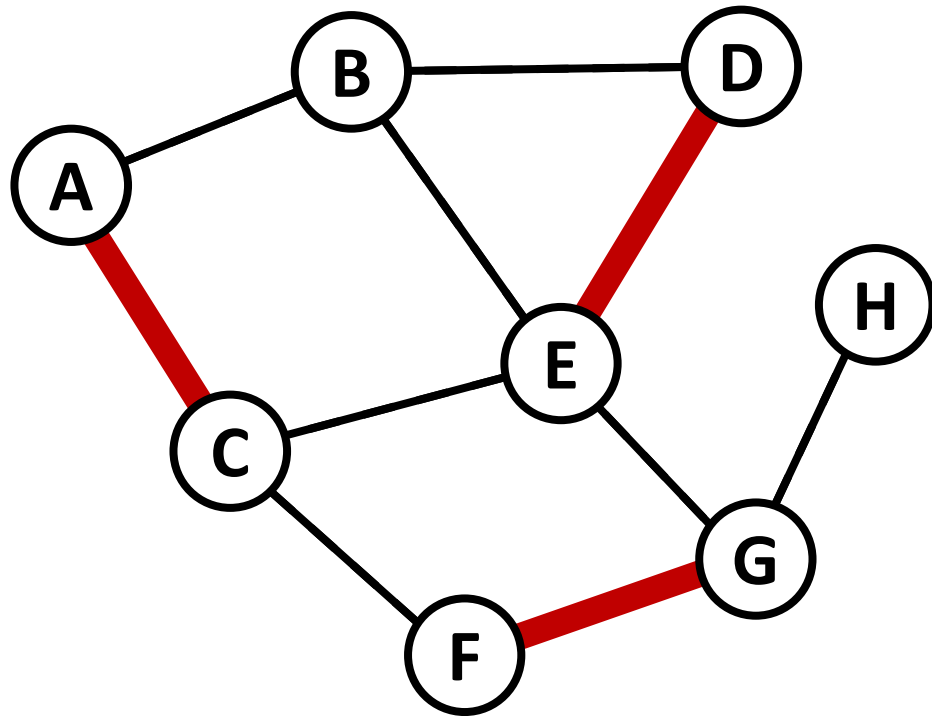
Maksimal
kan ikke udvides



Maksimum
størst mulig parring

Lemma $| \text{Maksimum parring} | / 2 \leq | \text{Maksimal parring} | \leq | \text{Maksimum parring} |$

Konstruktion af en maksimal parring

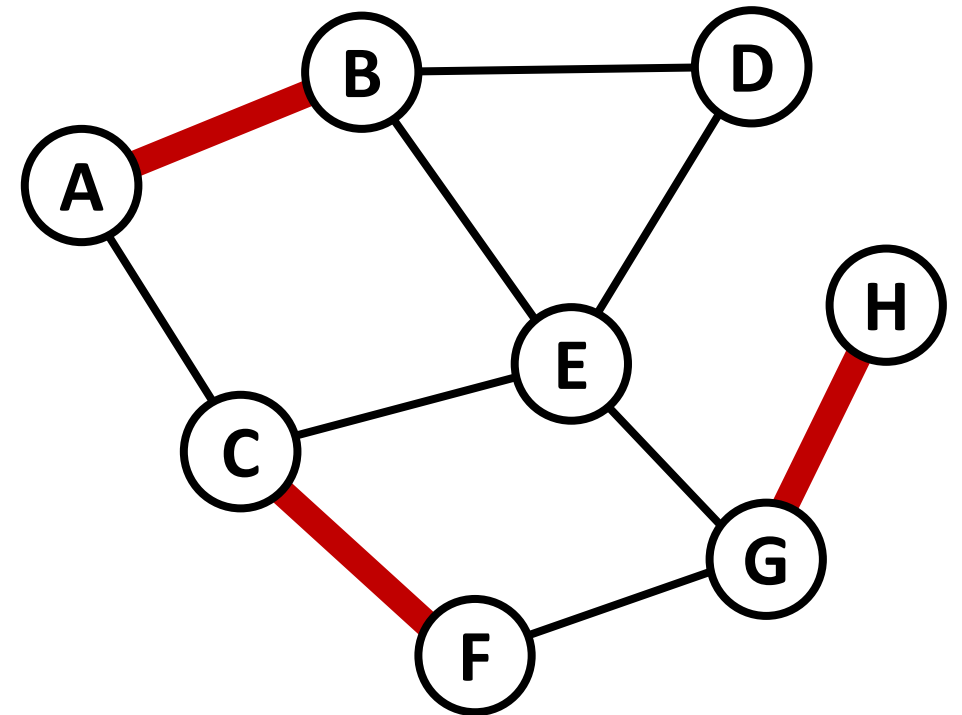
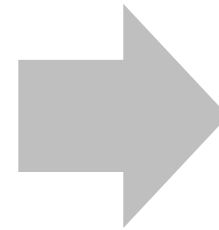
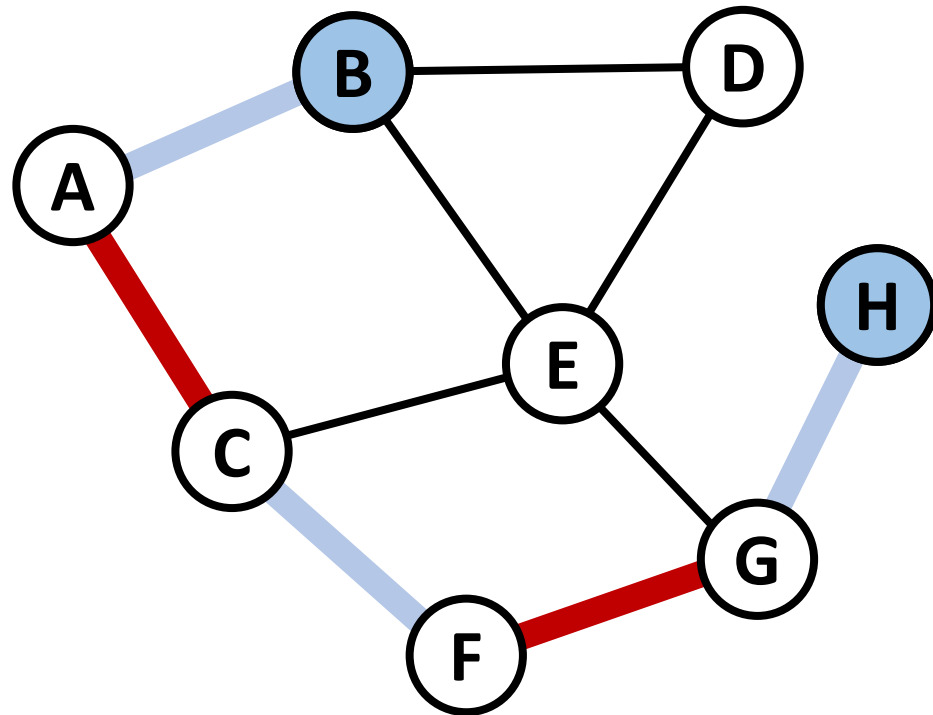


Algoritme

Tilføj en vilkårlig kant til parringen så længe det er muligt

Konstruktion af en maksimum parring

– forbedrende stier



Sti mellem to knuder ikke i parring,
hver anden kant i parring

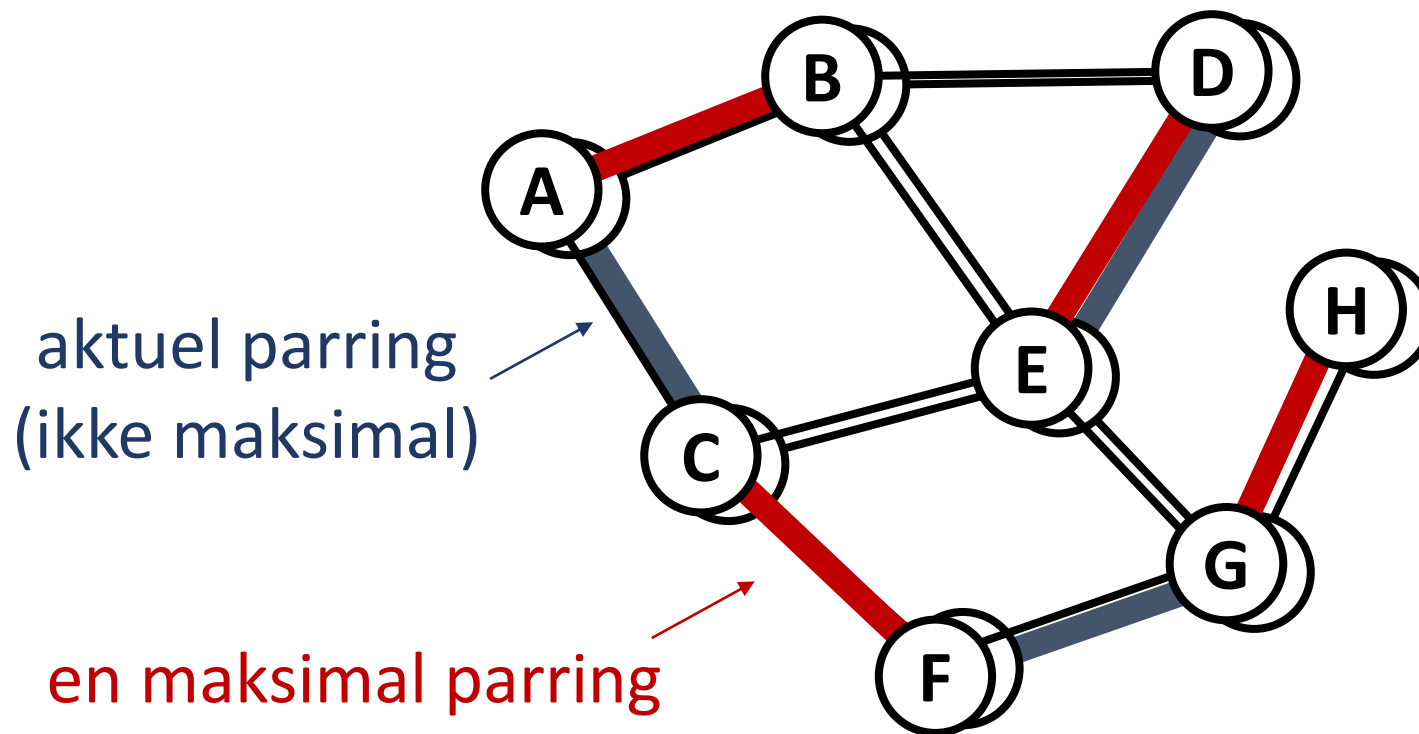
Parring øges med 1

Petersen 1891 / König 1931 / Berge 1957

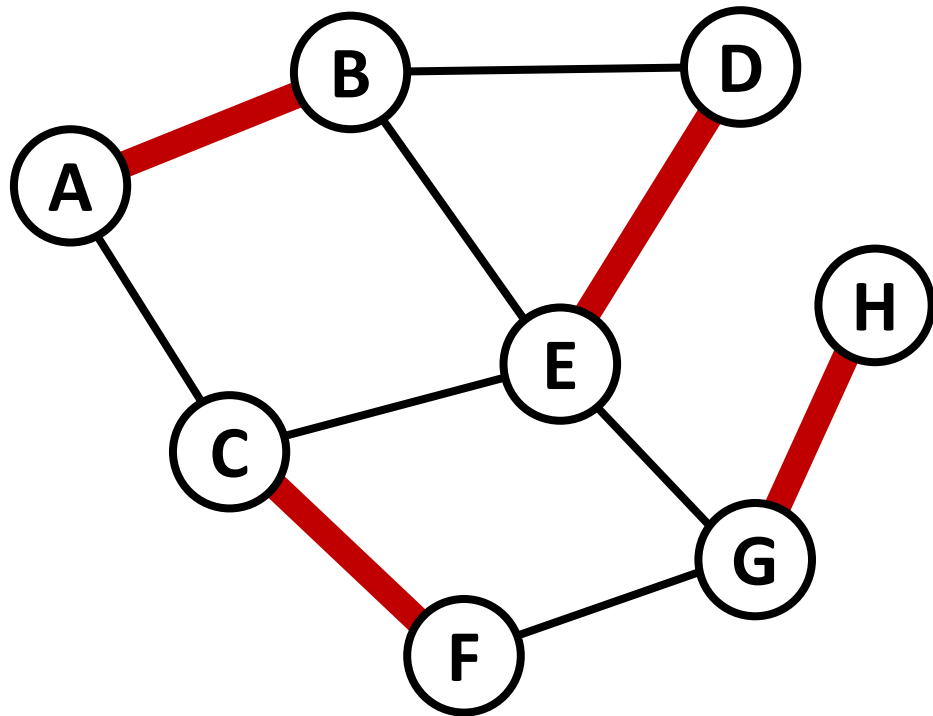
Sætning

En parring er maksimum \Leftrightarrow findes ingen forbedrende stier

"Bevis"

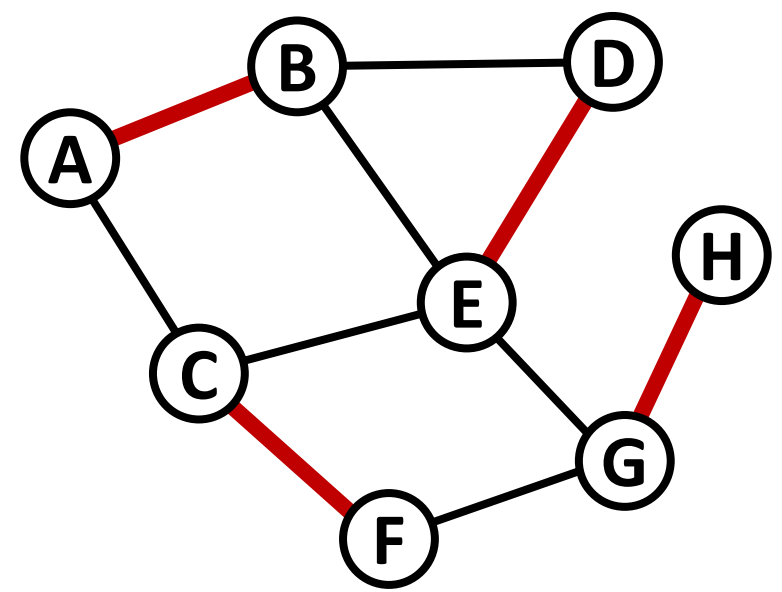
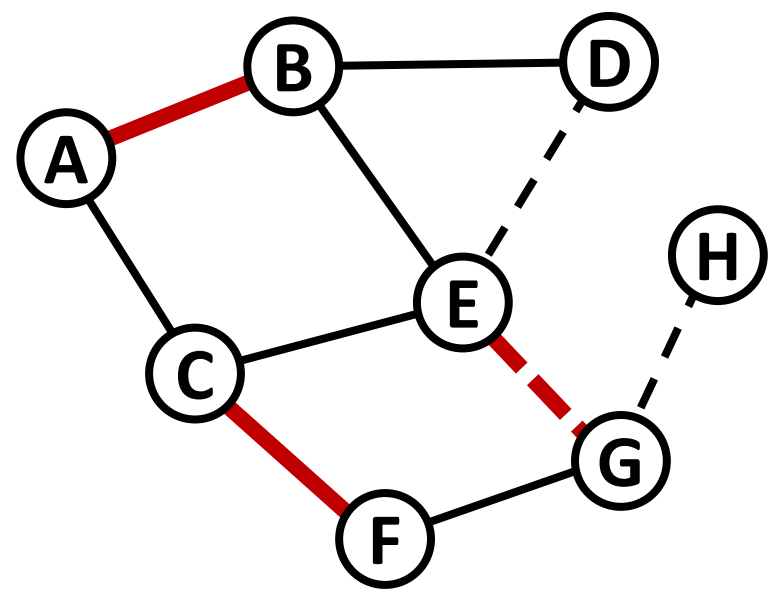
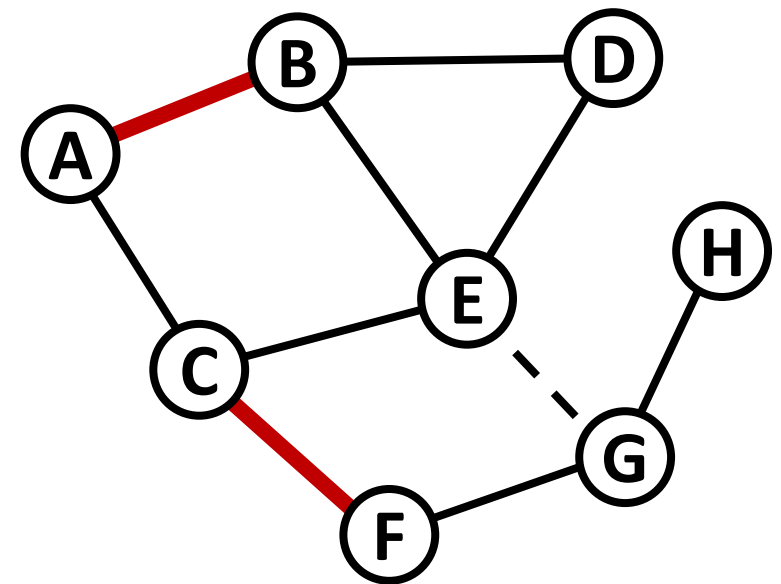
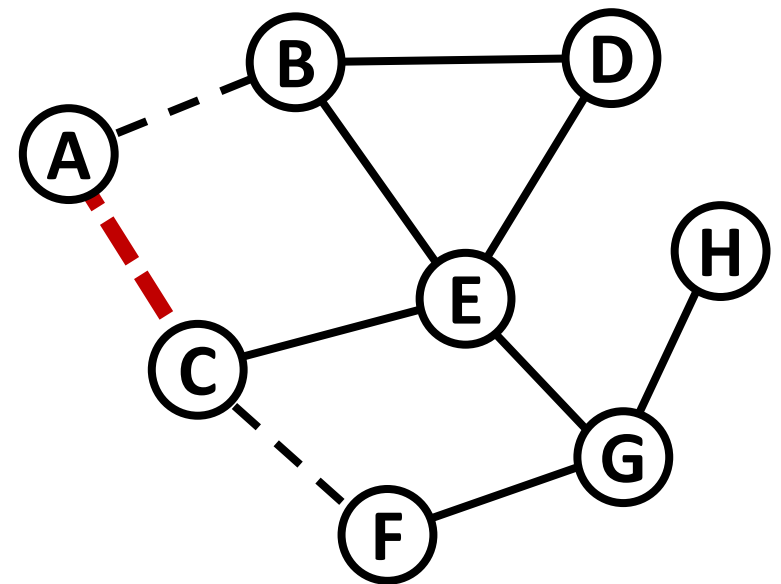
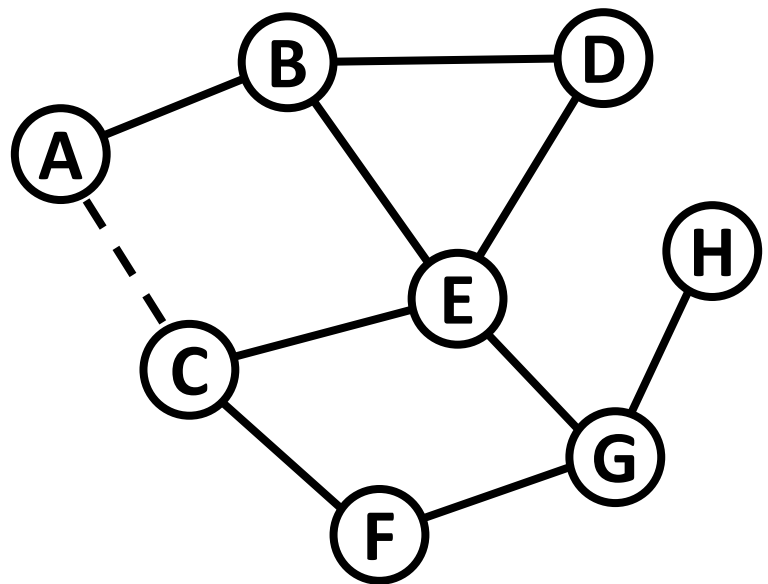


Konstruktion af en maksimum parring



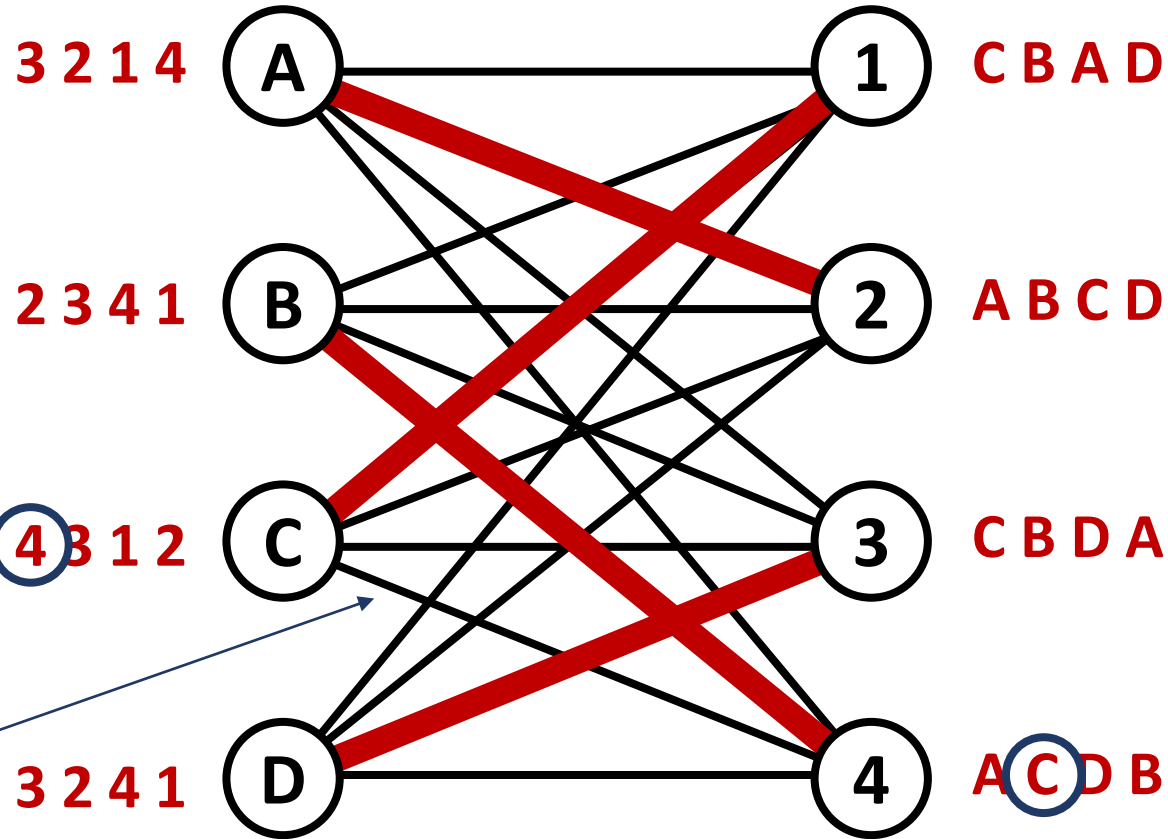
Algoritme

Anvend forbedrende stier så længe de findes



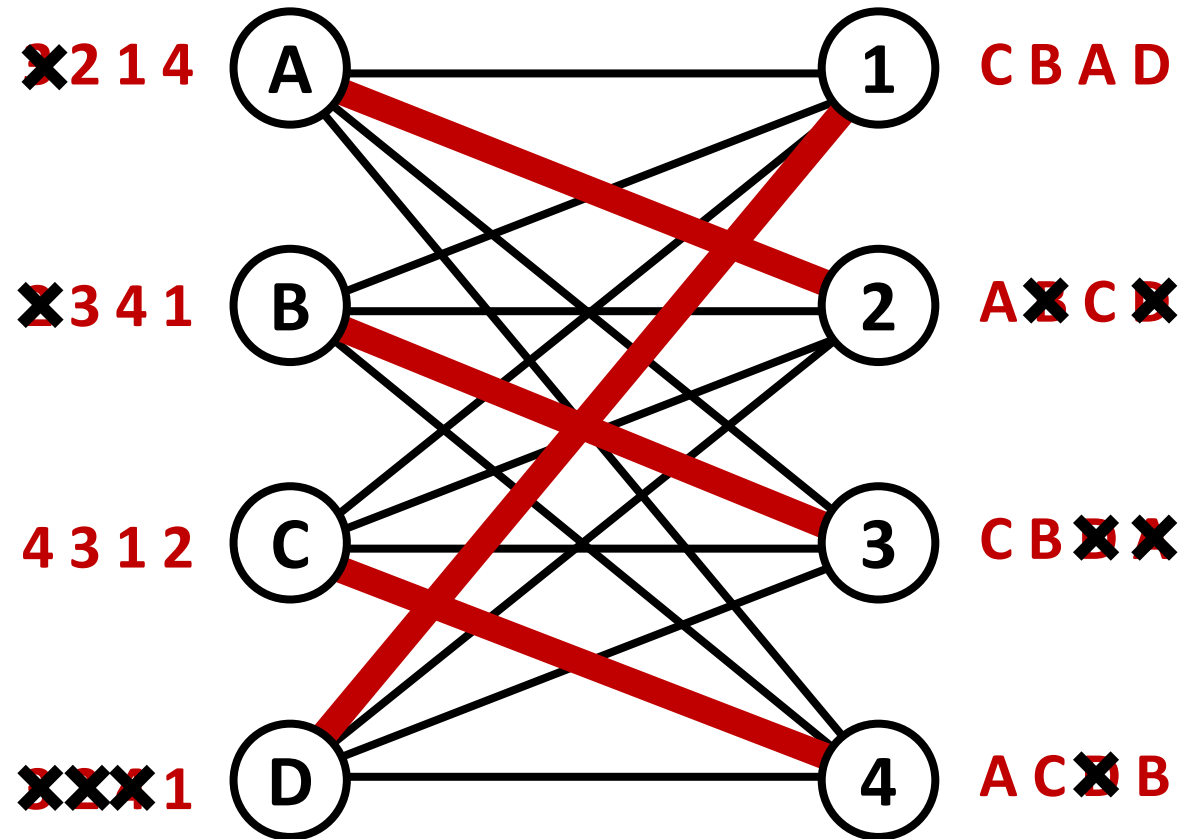
Stabil parring (stable marriage problem)

præference



parringen er ikke stabil, da C hellere vil være sammen med 4 (end 1), og 4 heller med C (end B)

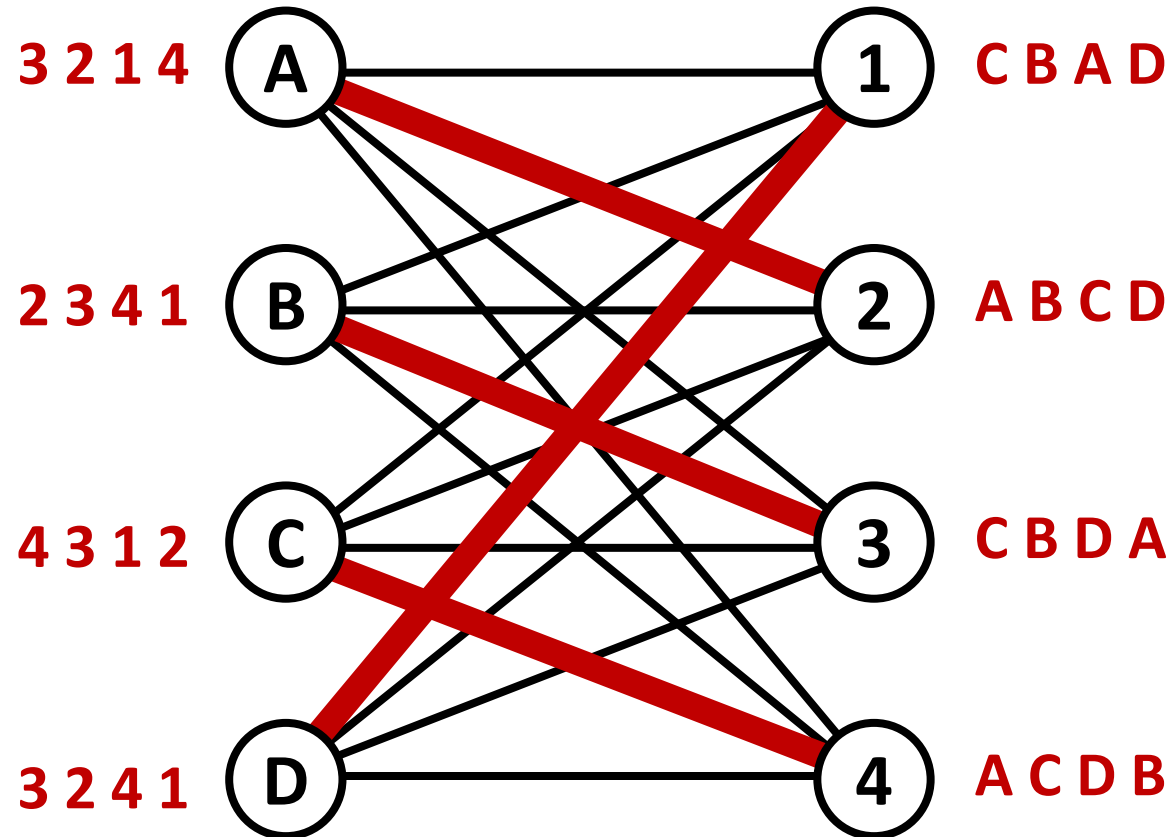
fuldstændig todelt graf med lige mange knuder på begge sider



Hvis venstre side X er afvist af højre side i , så er i parret med en som foretrækkes frem for X
 X er parret med den mest foretrukne, som endnu ikke har afvist X

Sætning (Gale, Shapley 1962)

Der findes altid en stabil parring



(Shapley fik i 2012 Nobelprisen i økonomi for resultatet)

Parringer (matchings) i grafer

Tak for besøget